

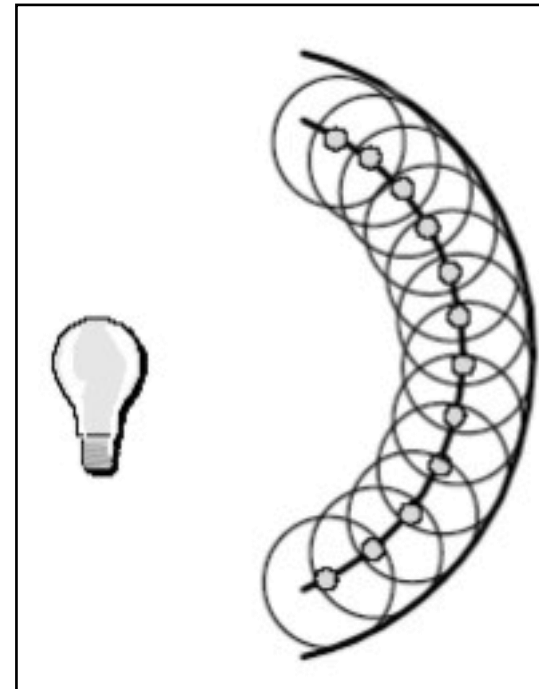
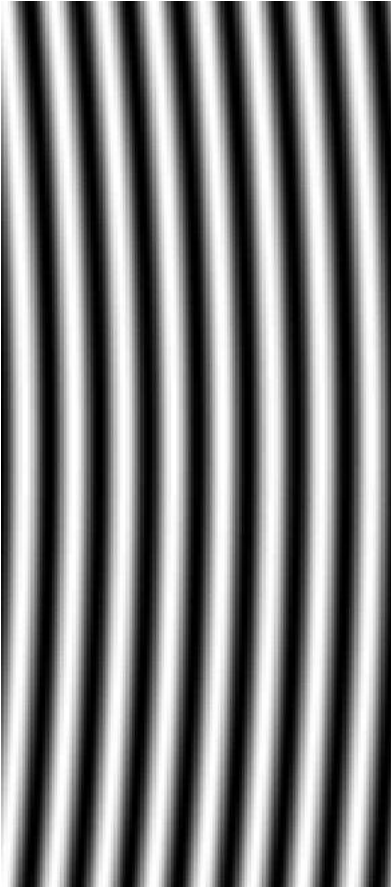
WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

dr hab. Rafał Kasztelanic

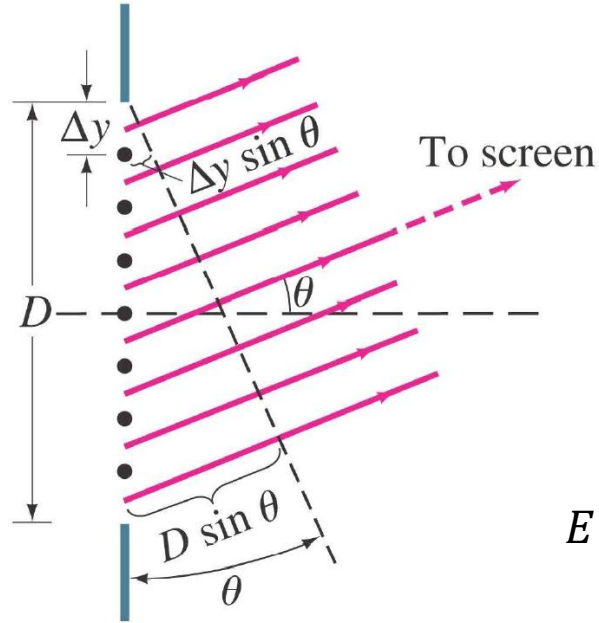
WYKŁAD 6

Interferencja – pojedyncza szczelina

Propagację fali elektromagnetycznej za przeszkodą możemy sobie wyobrazić za Huygensem jako falę pochodzącą ze zbioru punktowych źródeł światła umieszczonych w płaszczyźnie przesłony.



Interferencja – pojedyncza szczelina



- Wszystkie oscylatory w fazie (fala płaska)
- Równe amplitudy w punkcie obserwacji (daleko ekran)

Interferencja N fal

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_1 - \omega t)} + \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_2 - \omega t)} + \dots + \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_N - \omega t)}$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} [1 + e^{ik(r_2 - r_1)} + e^{ik(r_3 - r_1)} + \dots + e^{ik(r_N - r_1)}]$$

$$\beta = k D \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin\theta$$

$$\Delta\beta = k \Delta y \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y \sin\theta$$

$$\Delta\beta = k(r_2 - r_1), 2\Delta\beta = k(r_3 - r_1), \dots, N\Delta\beta = k(r_N - r_1)$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} \underbrace{[1 + (e^{i\Delta\beta}) + (e^{i2\Delta\beta}) + \dots + (e^{iN\Delta\beta})]}$$

szereg geometryczny $\frac{e^{i\Delta\beta N} - 1}{e^{i\Delta\beta} - 1}$

Interferencja – pojedyncza szczelina

$$\frac{e^{i\Delta\beta N} - 1}{e^{i\Delta\beta} - 1} = \frac{e^{iN\Delta\beta/2} [e^{iN\Delta\beta/2} - e^{-iN\Delta\beta/2}]}{e^{i\Delta\beta/2} [e^{i\Delta\beta/2} - e^{-i\Delta\beta/2}]} = e^{i(N-1)\Delta\beta/2} \frac{\sin(N\Delta\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)}$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} e^{i(N-1)\Delta\beta/2} \frac{\sin(N\Delta\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)}$$

$$I = |E|^2 = \frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2(N\Delta\beta/2)}{\sin^2(\Delta\beta/2)}$$

Interferencja

Interferencja – pojedyncza szczelina

$$\frac{e^{i\Delta\beta N} - 1}{e^{i\Delta\beta} - 1} = \frac{e^{iN\Delta\beta/2} [e^{iN\Delta\beta/2} - e^{-iN\Delta\beta/2}]}{e^{i\Delta\beta/2} [e^{i\Delta\beta/2} - e^{-i\Delta\beta/2}]} = e^{i(N-1)\Delta\beta/2} \frac{\sin(N\Delta\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)}$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} e^{i(N-1)\Delta\beta/2} \frac{\sin(N\Delta\beta/2)}{\sin(\Delta\beta/2)}$$

$$I = |E|^2 = \frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2(N\Delta\beta/2)}{\sin^2(\Delta\beta/2)}$$

Interferencja

$$N \rightarrow \infty, \quad \Delta y \rightarrow 0$$

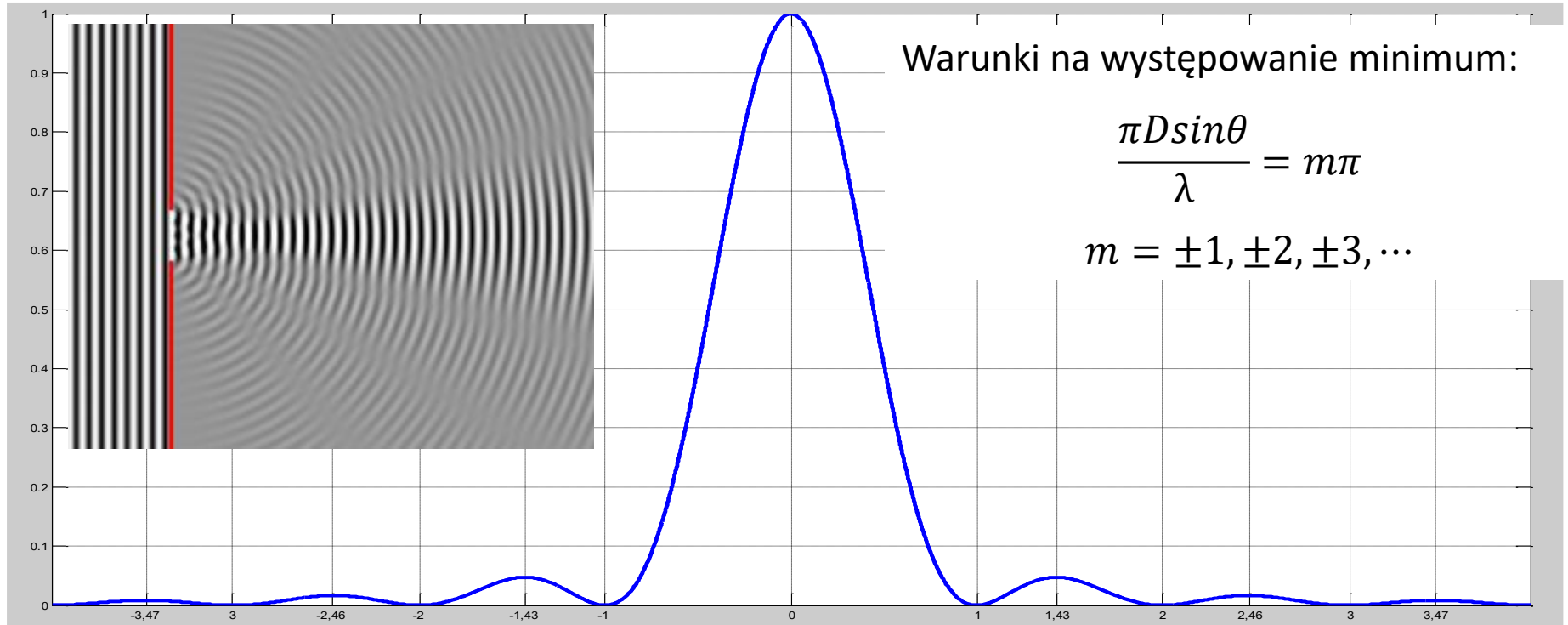
$$\Delta\beta \sim \Delta y \Rightarrow \sin^2(\Delta\beta/2) \approx \Delta\beta/2$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\Delta\beta/2)}{(N\Delta\beta/2)^2} = I_0 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

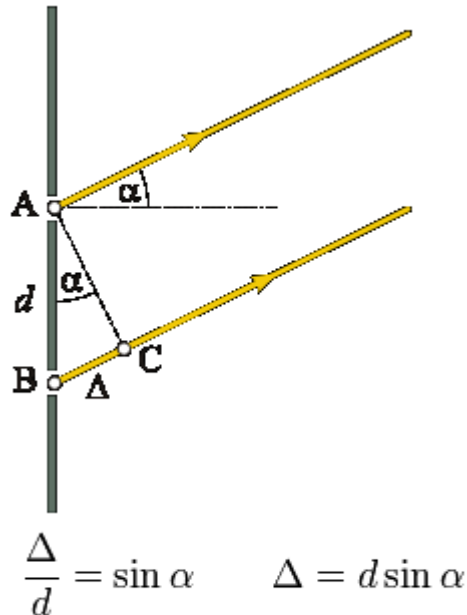
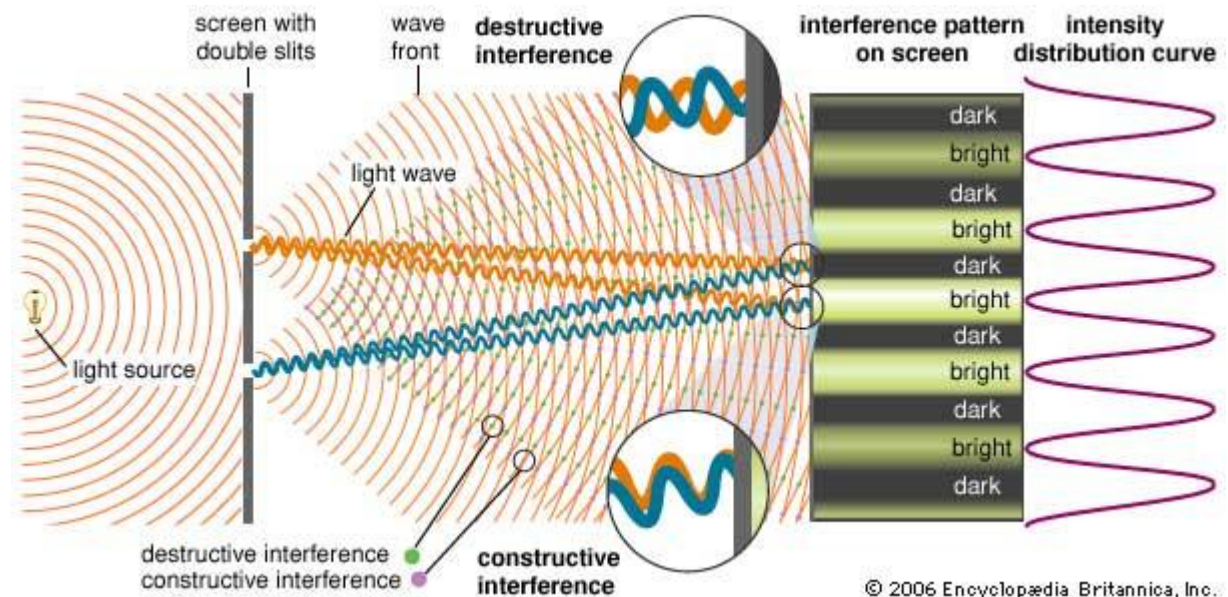
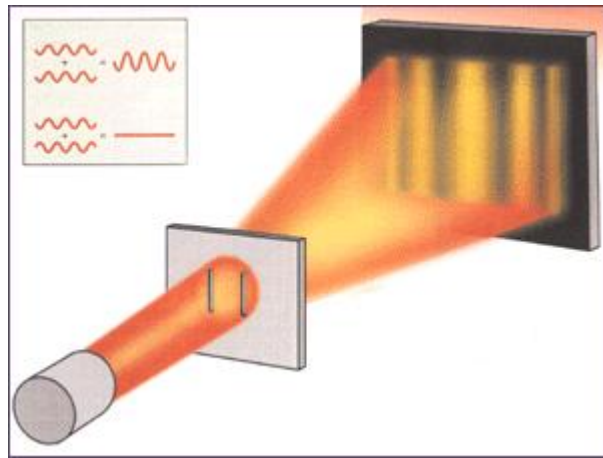
Dyfrakcja

Interferencja – pojedyncza szczelina

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$



Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)



maksimum: $d \sin \alpha_k = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z}, k \in \left(-\frac{d}{\lambda}, \frac{d}{\lambda}\right)$

minimum: $d \sin \alpha_k = \left(\frac{2k+1}{2}\right)\lambda \quad k \in \mathbb{Z}, k \in \left(-\frac{2d-\lambda}{2\lambda}, \frac{2d-\lambda}{2\lambda}\right)$

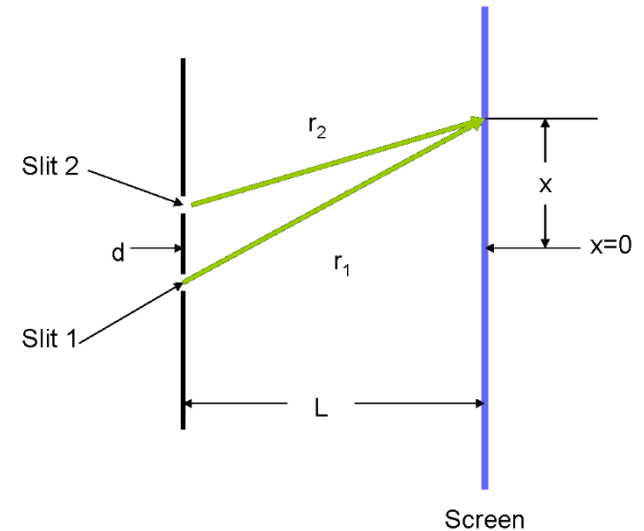
Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

$$\begin{array}{l} E_1 = Ae^{i(kr_1 - \omega t)} \\ E_2 = Ae^{i(kr_2 - \omega t)} \end{array} \longrightarrow \boxed{\text{Interferencja}} \longrightarrow E = E_1 + E_2$$

$$\begin{aligned} E = E_1 + E_2 &= Ae^{i(kr_1 - \omega t)} + Ae^{i(kr_2 - \omega t)} = Ae^{i(kr_1 - \omega t)}(1 + e^{ik\Delta r}) = \\ &= Ae^{i(kr_1 - \omega t)}e^{ik\Delta r/2}(e^{ik\Delta r/2} + e^{-ik\Delta r/2}) = Ae^{i(kr_1 - \omega t)}e^{ik\Delta r/2}2\cos(k\Delta r/2) \end{aligned}$$

gdzie: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = d\sin\theta$$



Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

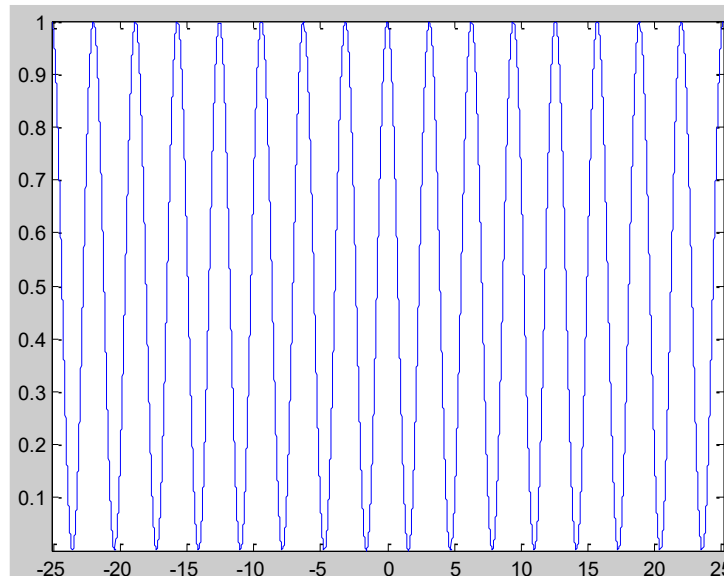
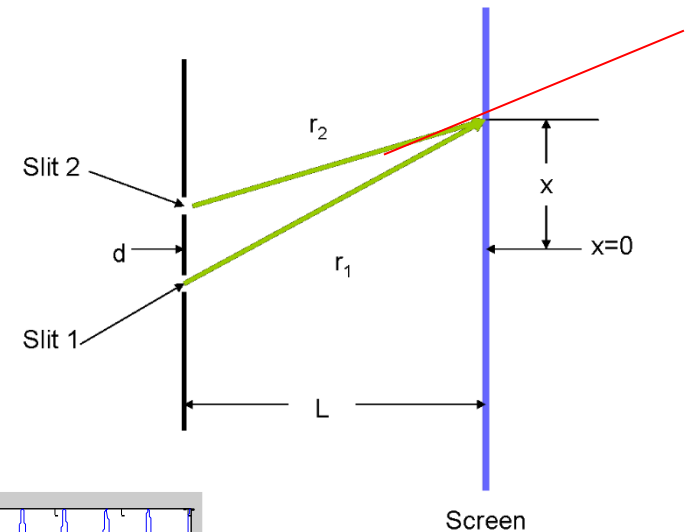
Odległość od punktu środkowego między szczelinami do danego punktu na ekranie:

$$r = r_1 + \Delta r/2$$

$$E(r, \theta) = Ae^{i(kr - \omega t)} 2\cos(\pi d \sin\theta / \lambda)$$

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2(\pi d \sin\theta / \lambda)$$

natężenie jednej z fal

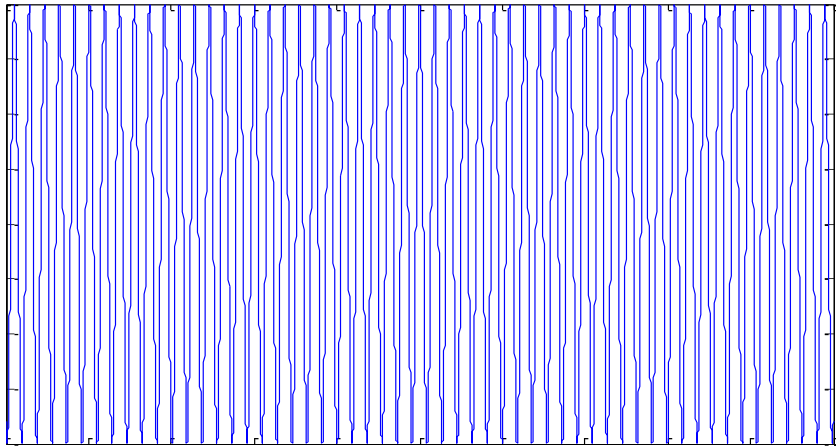


Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

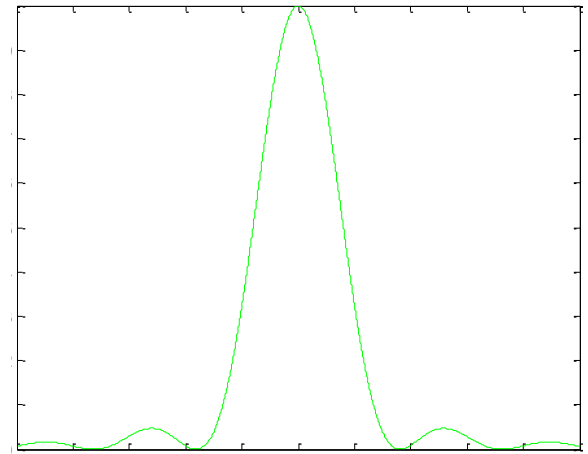
Trzeba jeszcze uwzględnić dyfrakcje na pojedynczej szczelinie:

$$I = \text{Interferencja} \cdot \text{dyfrakcja}$$

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2(\pi d \sin \theta / \lambda)$$

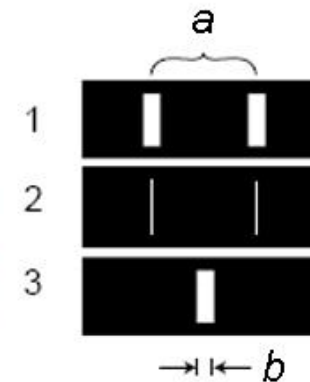
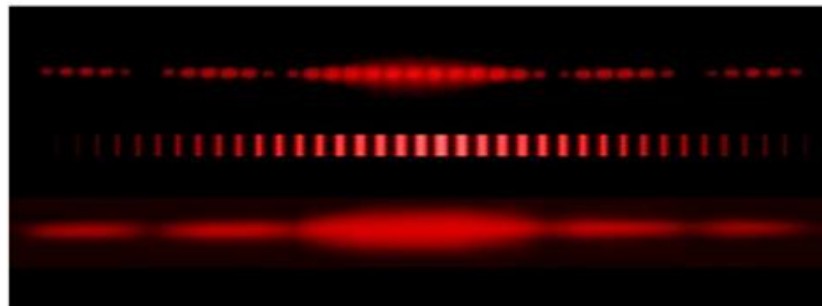
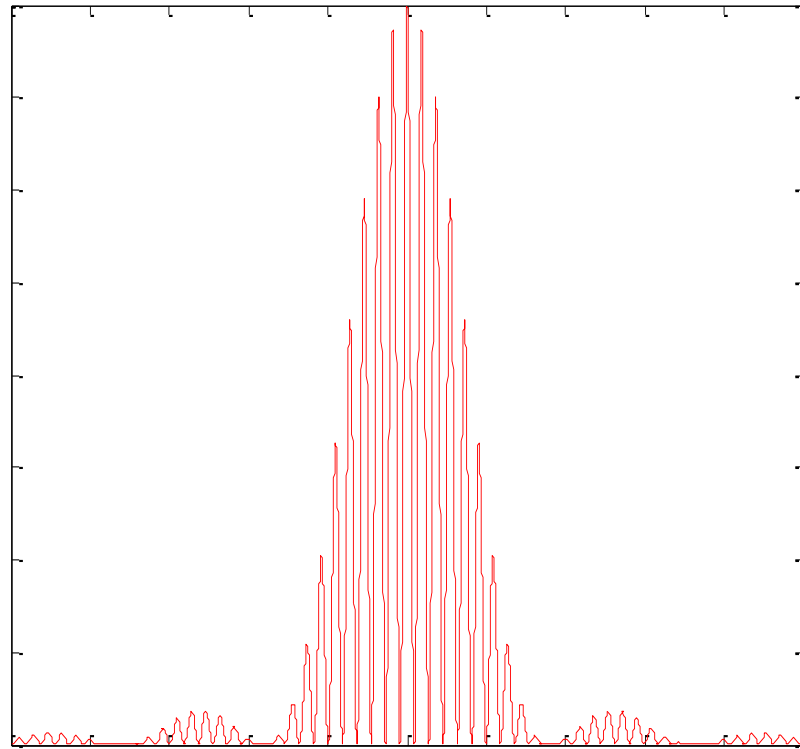


$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

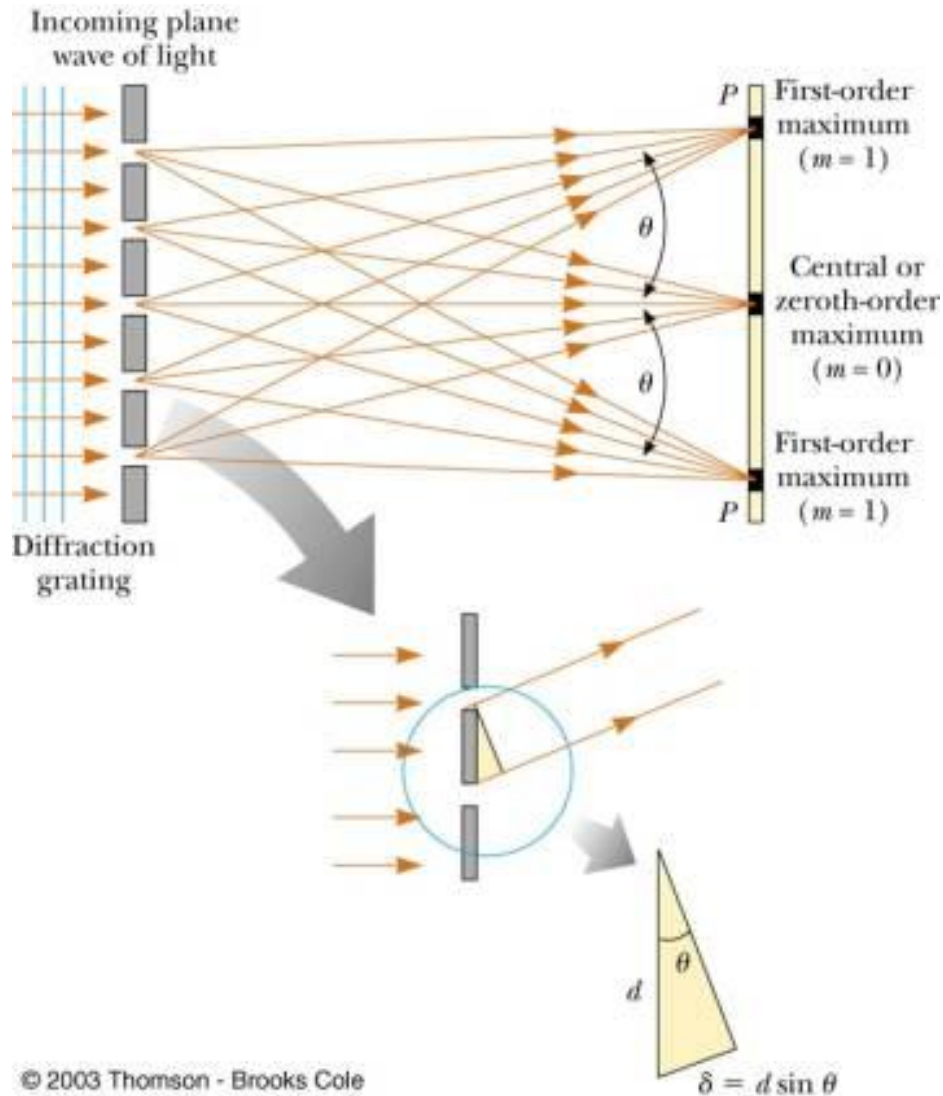


$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2(\pi d \sin \theta / \lambda) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)



Interferencja – siatka dyfrakcyjna



Wzór siatki dyfrakcyjnej:

$$d \sin(\theta_k) = k\lambda$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

d – stała siatki

k – rząd ugięcia, numer wzmocnienia

Ponieważ zachodzi:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_k < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -1 < \sin \theta_k < 1$$

czyli:

$$\frac{k\lambda}{d} < 1 \Rightarrow k_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda} \right]$$

Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Jak policzyć natężenie na ekranie.

Podobnie jak dla 2 szczelin:

$$I = \underbrace{INTERFERENCJA}_{\text{na } N \text{ szczelinach (punktowych)}} \cdot \underbrace{DYFRAKCJA}_{\text{na pojedynczej szczelinie}}$$

na N szczelinach (punktowych)

na pojedynczej szczelinie

$$\frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2(N\Delta\beta/2)}{\sin^2(\Delta\beta/2)}$$

$$I_0 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

Było liczone dla
pojedynczej szczeliny

$$I(\theta) = \left[\frac{\sin(\pi ND \sin\theta / \lambda)}{N \sin(\pi D \sin\theta / \lambda)} \right]^2 \left[\frac{\sin(\pi d \sin\theta / \lambda)}{\pi d \sin\theta / \lambda} \right]^2$$

PropagujacaWiazka.m

DwaZrodla.m

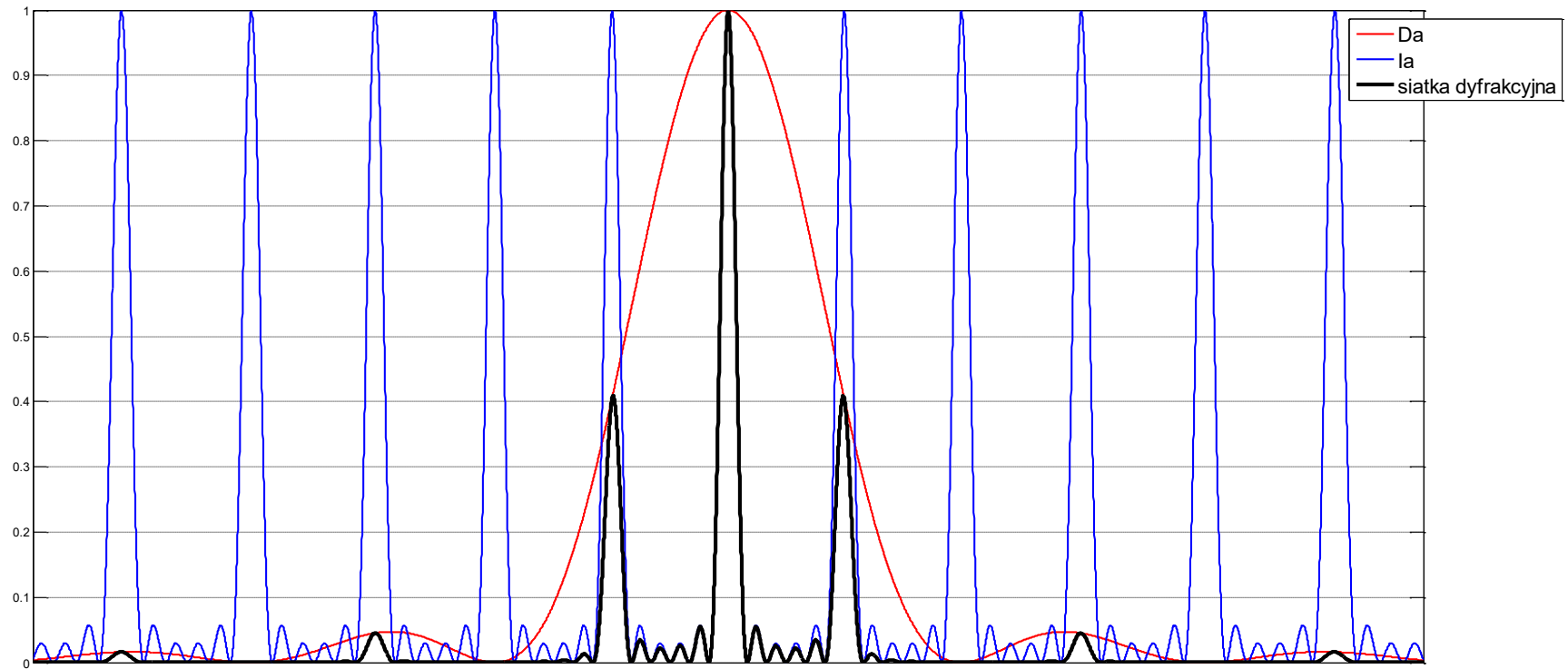
Szczelina.m

Cw7_1_2punkty.m

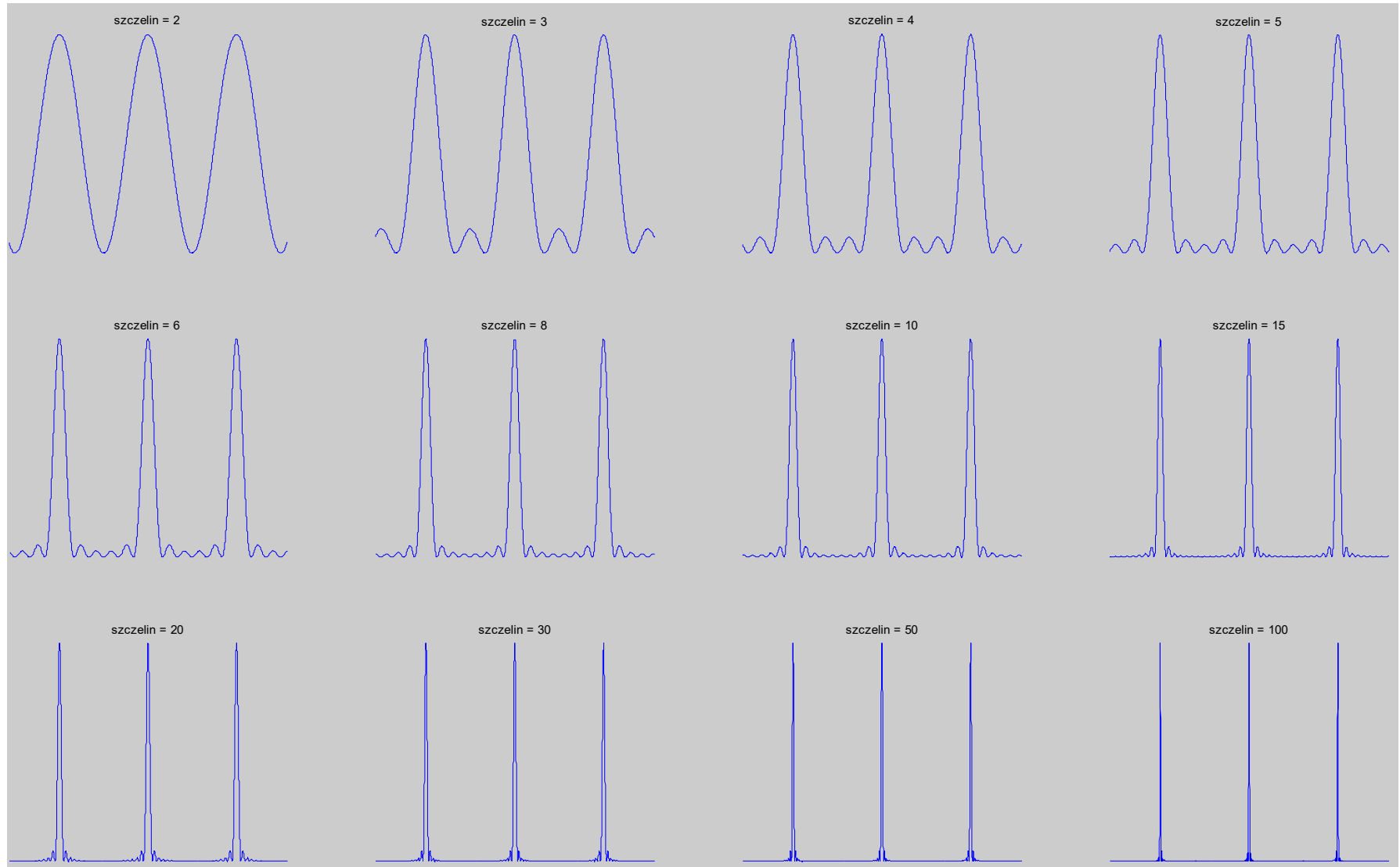
Cw6_3.m – siatki dyfr

Cw6_2.m – siatka o różnych szczelinach

Interferencja – siatka dyfrakcyjna

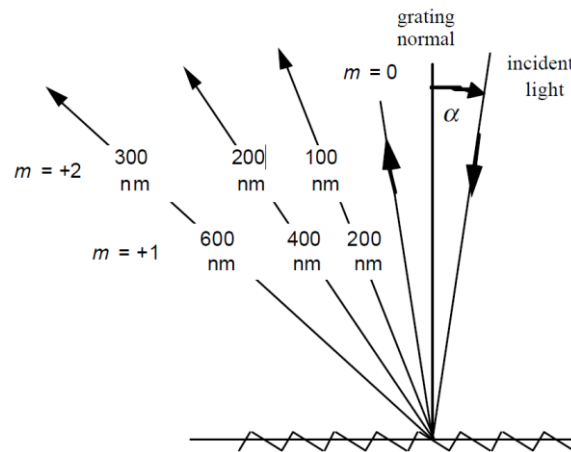
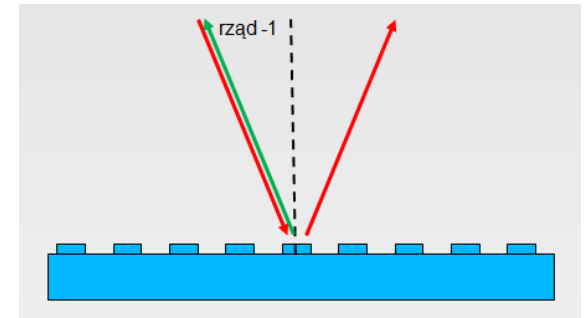


Interferencja – siatka dyfrakcyjna



Interferencja – siatka dyfrakcyjna

- Wiązka monochromatyczna
- Światło białe
 - konfiguracja Litrowa – dla danej długości fali wiązka w danym rzędzie dyfrakcyjnym biegnie jak wiązka padająca – działa dla tej długości fali jak zwierciadło.
- Nakładanie się kolejnych rzędów dyfrakcyjnych



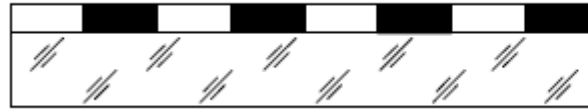
Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Rodzaje siatek dyfrakcyjnych:

binarne

sinusoidalne

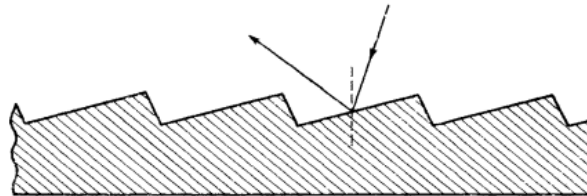
Siatki amplitudowe:



Siatki fazowe:



Siatka typu blaze:

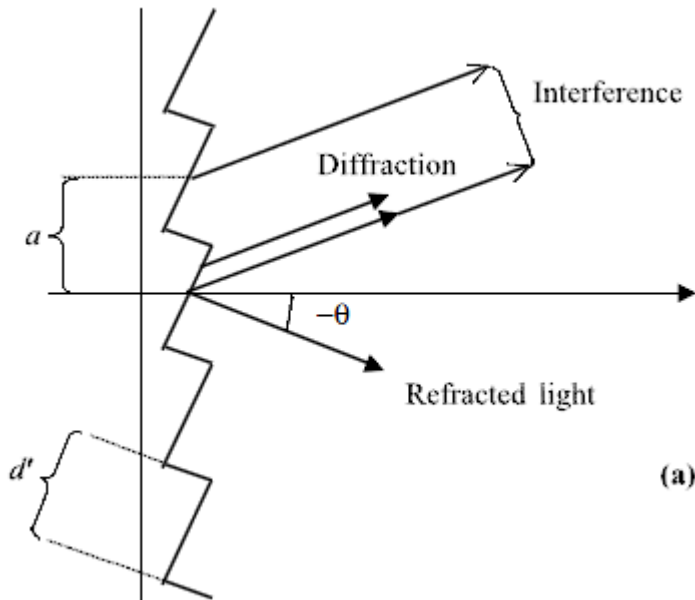


Interferencja – siatka dyfrakcyjna

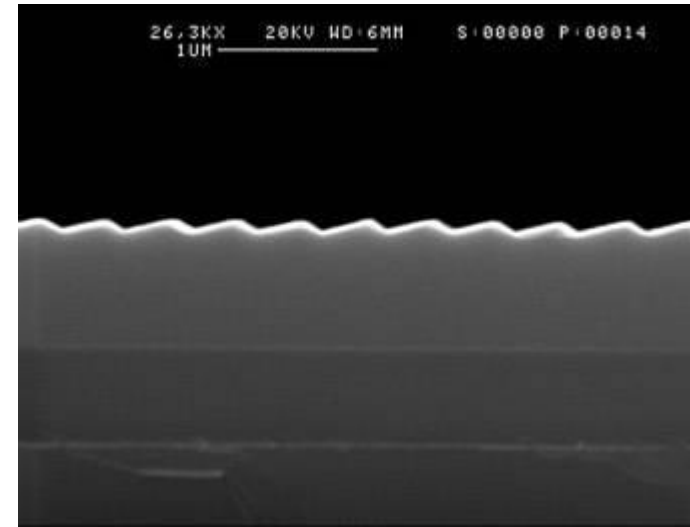
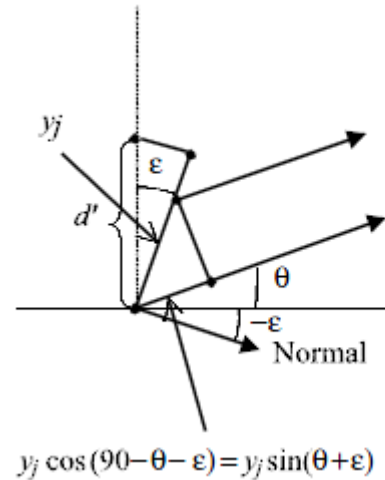
Siatka karbowana (blazed):

Może być w wersji fazowej i w wersji amplitudowej.

W obu przypadkach opis jak w wersji fazowej – pochylenie wprowadza zmianę fazy



(a)



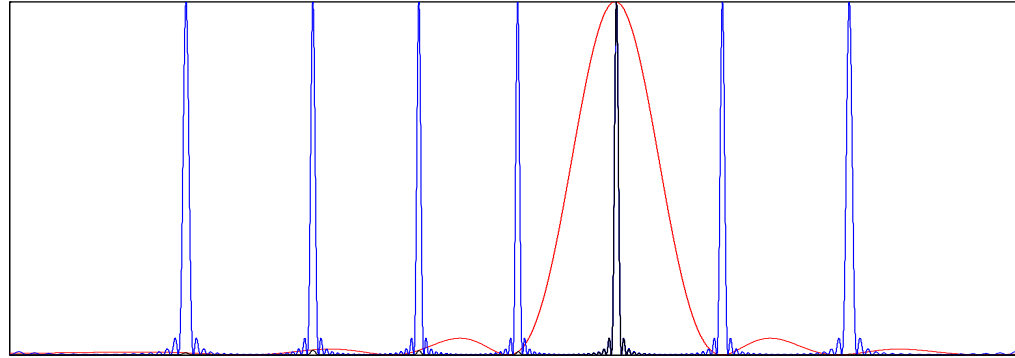
(b)

$$I(\theta) = \left[\frac{\sin(\pi d \sin(\theta + \epsilon) / \lambda)}{\pi d \sin(\theta + \epsilon) / \lambda} \right]^2 \left[\frac{\sin(\pi N a \sin \theta / \lambda)}{N \sin(\pi a \sin \theta / \lambda)} \right]^2$$

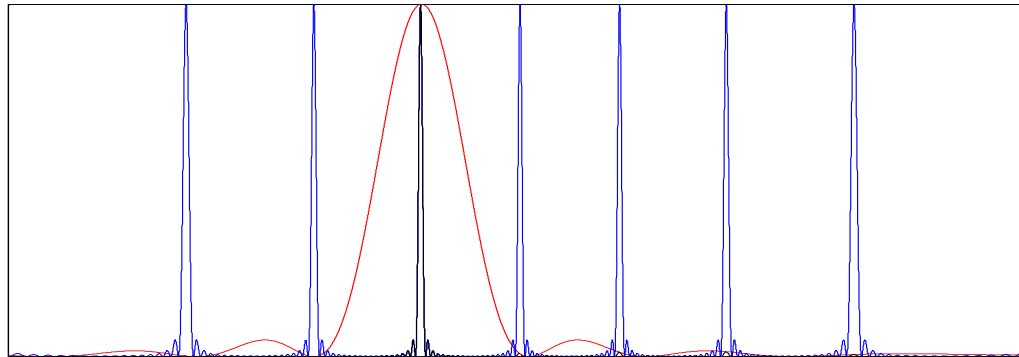
Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Siatka karbowana (blazed):

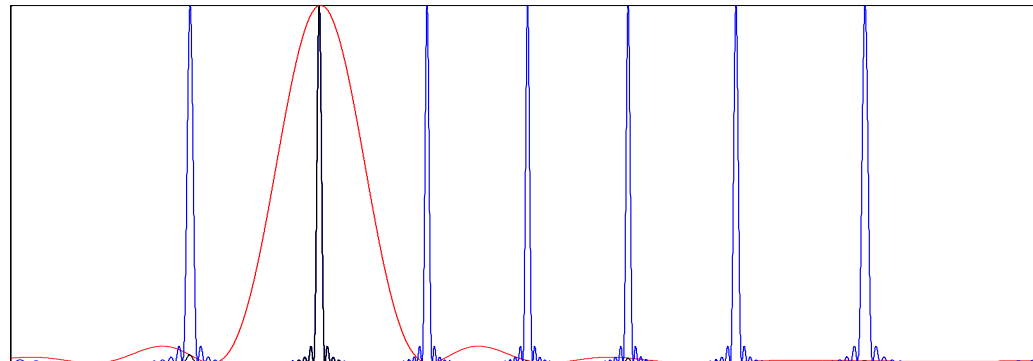
$$\varepsilon = -0,25$$



$$\varepsilon = 0,25$$



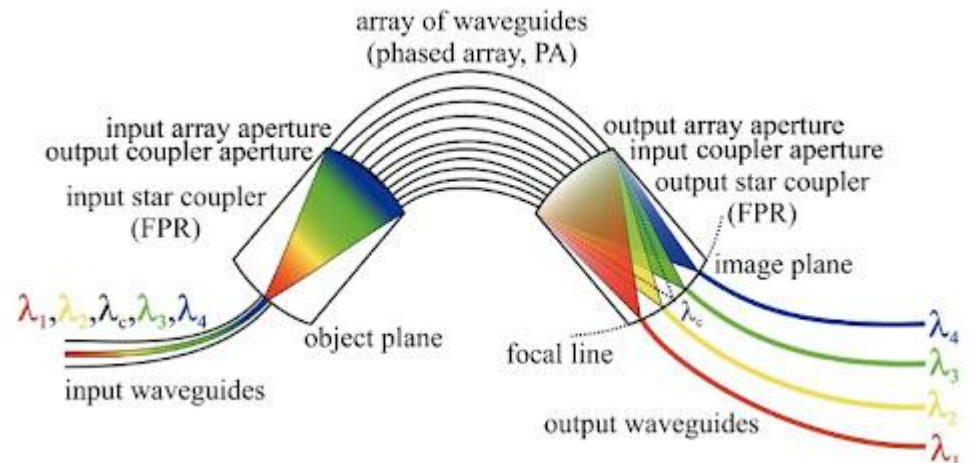
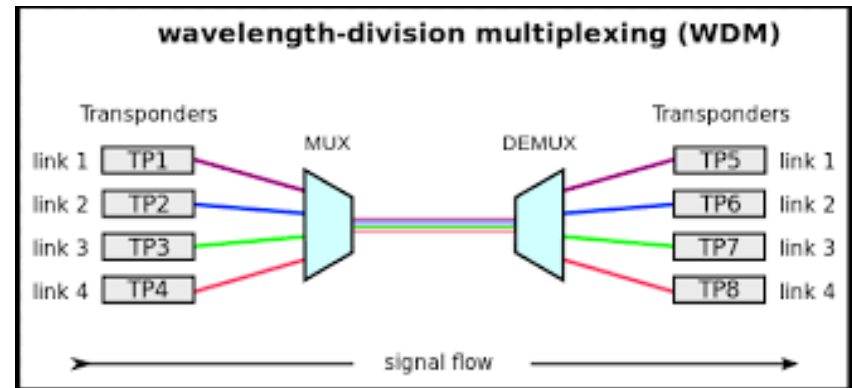
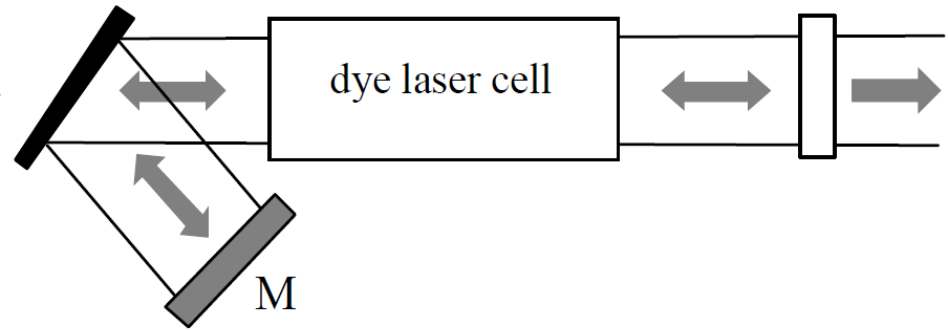
$$\varepsilon = 0,52$$



Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Przykład wykorzystania:

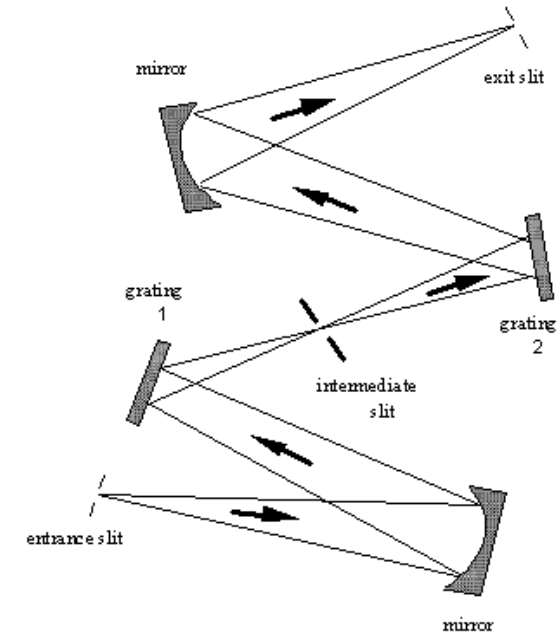
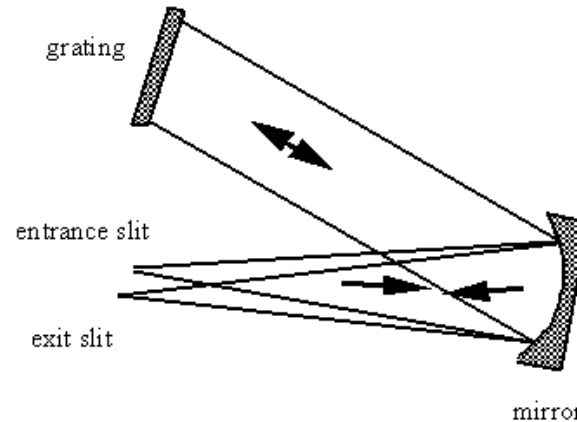
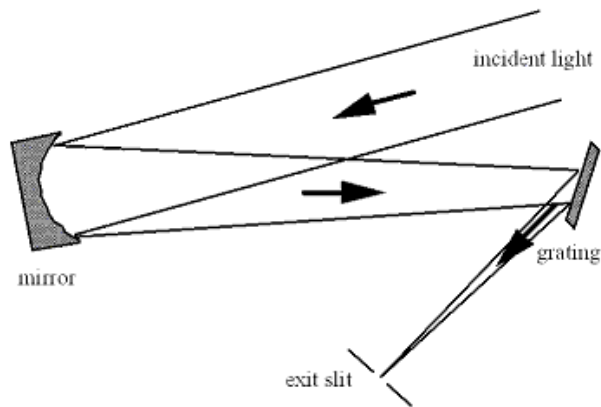
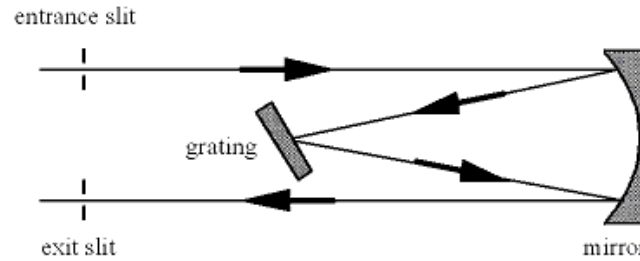
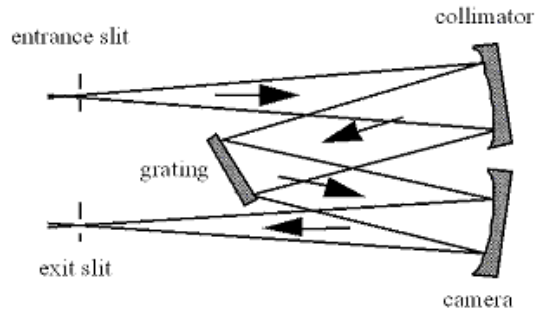
- Spektroskopia
- Monochromator
- Strojenie laserów
- Kompresja impulsów
- Filtracja
- Multiplexer – Demultiplexer
- Telekomunikacja
- Polaryzator
- Dzielnik wiązki – długość fali
- układy optyczne dla promieniowania X



Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Przykład wykorzystania:

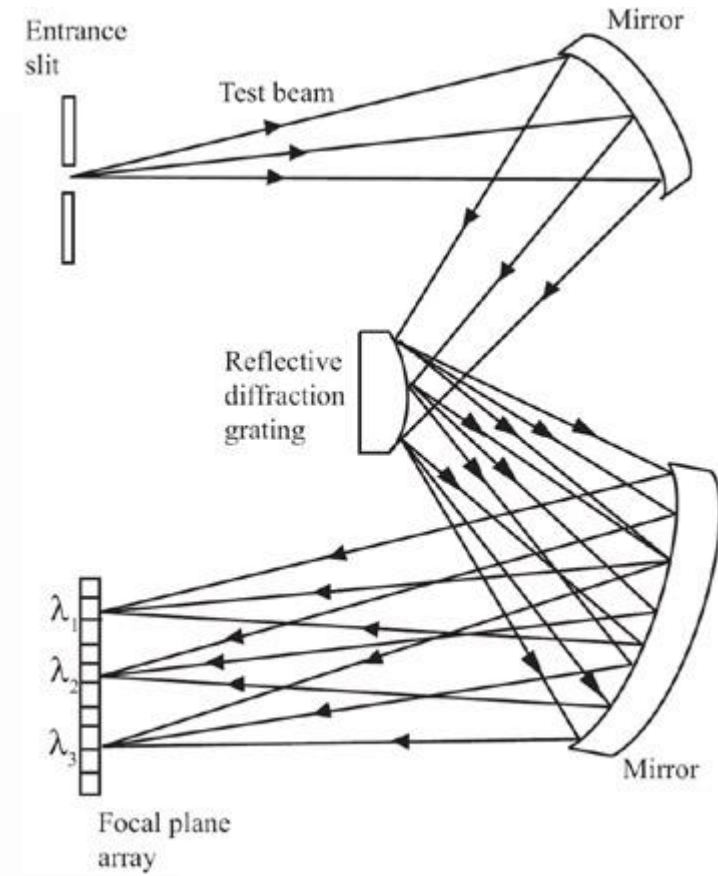
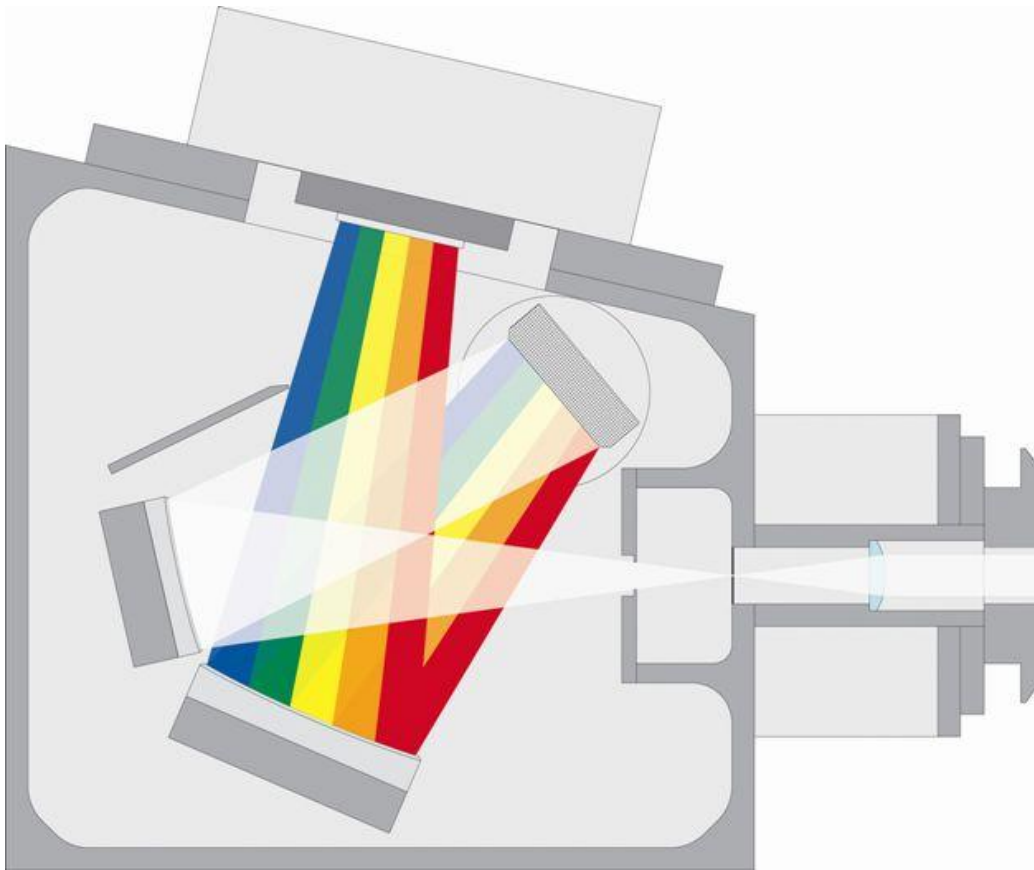
Monochromator:

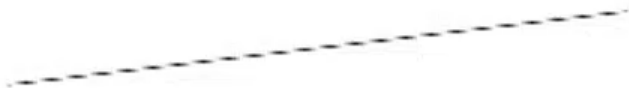


Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Przykład wykorzystania:

Spektroskopia:

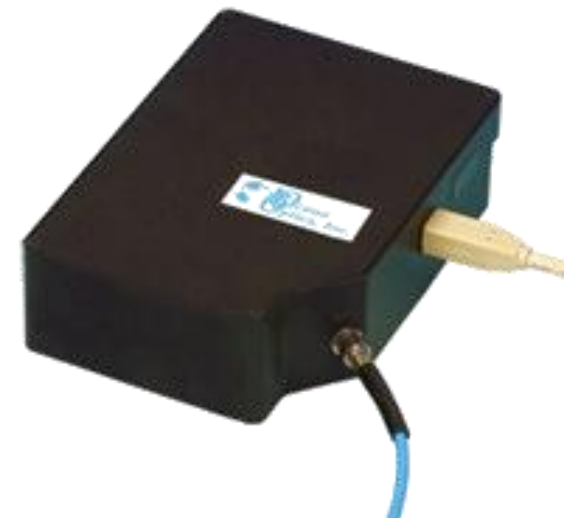
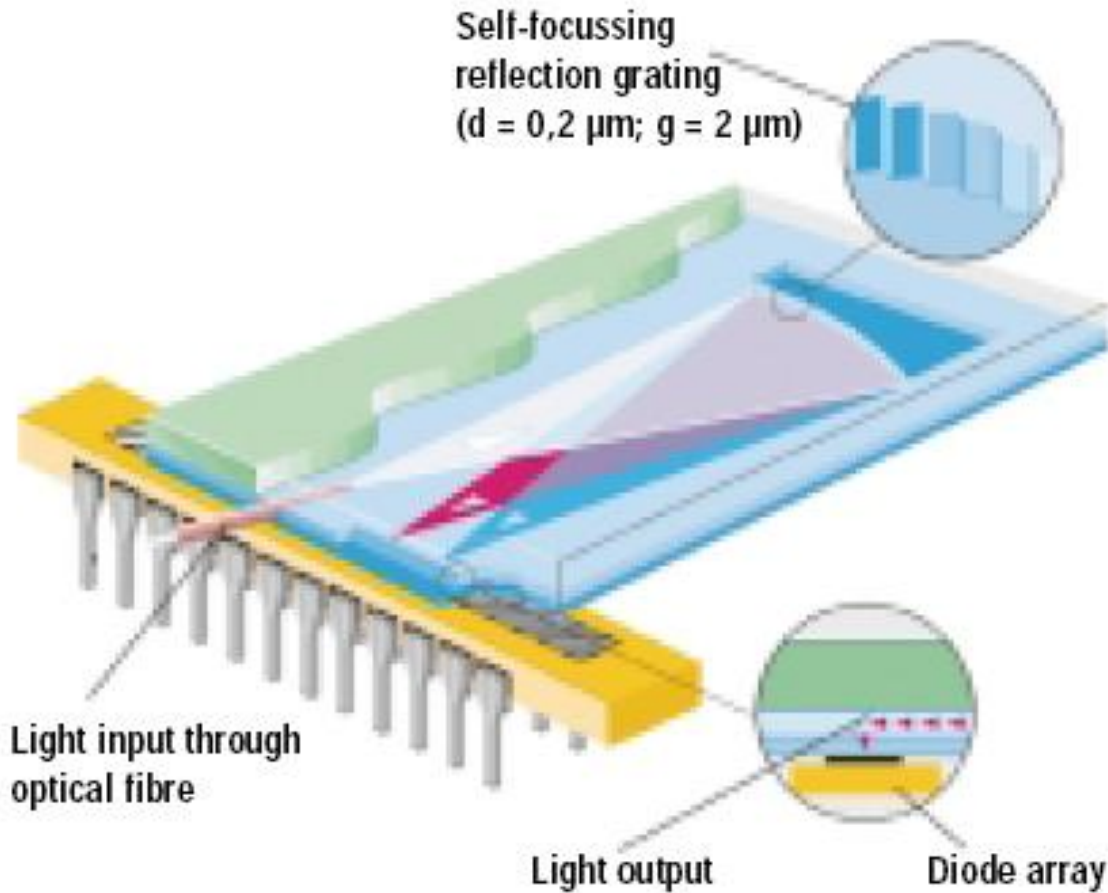




Interferencja – siatka dyfrakcyjna

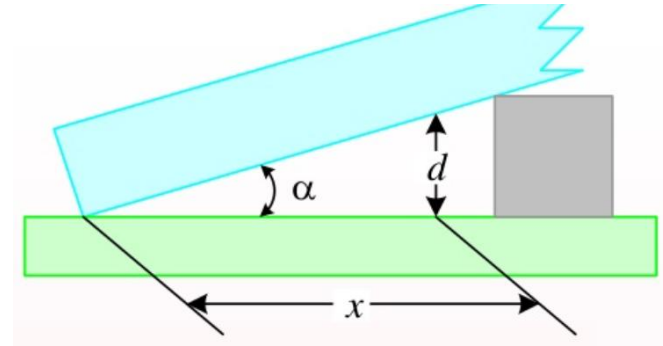
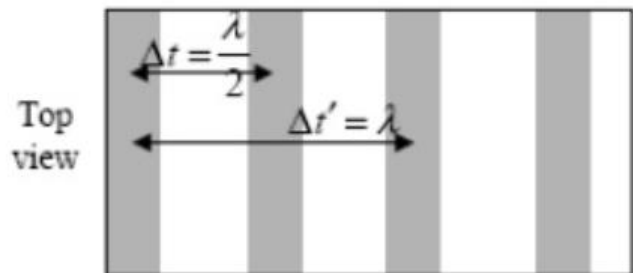
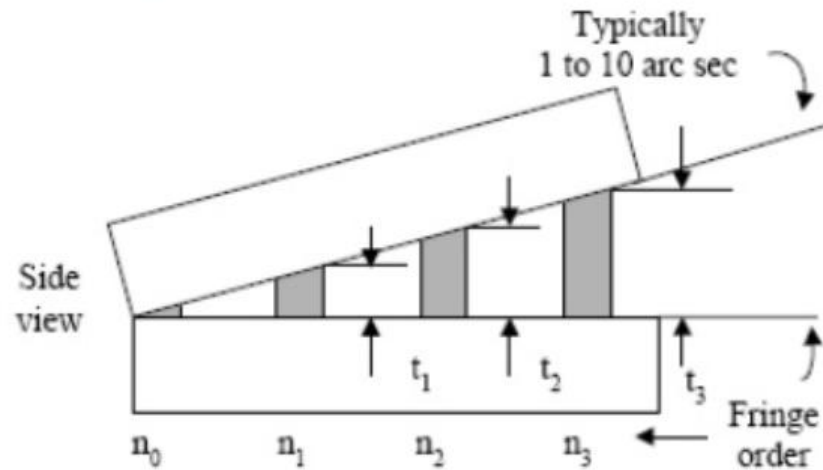
Przykład wykorzystania:

Spektroskopia - siatka odbiciowa typu blazed



Interferencia

Klin



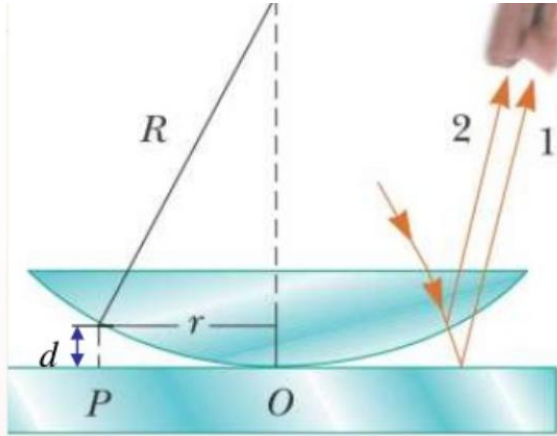
$$d = x\alpha$$

$$2n_f d_m = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

$$2n_f (\alpha x_m) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

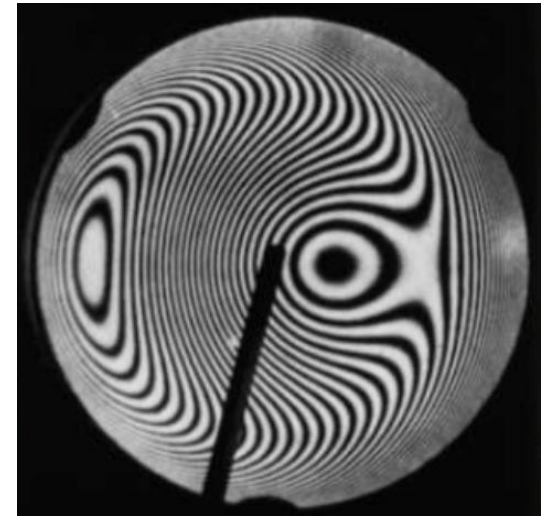
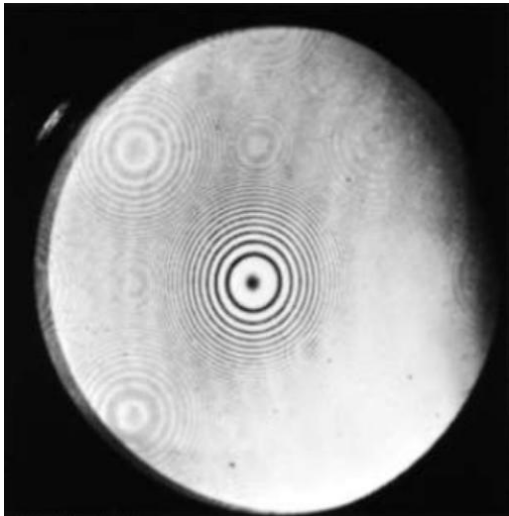
Interferencja

Soczewka - pierścienie Newtona



$$d = r^2/2R$$

$$r = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}}$$



Interferencja

Warstwa antyrefleksyjna



$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}$$