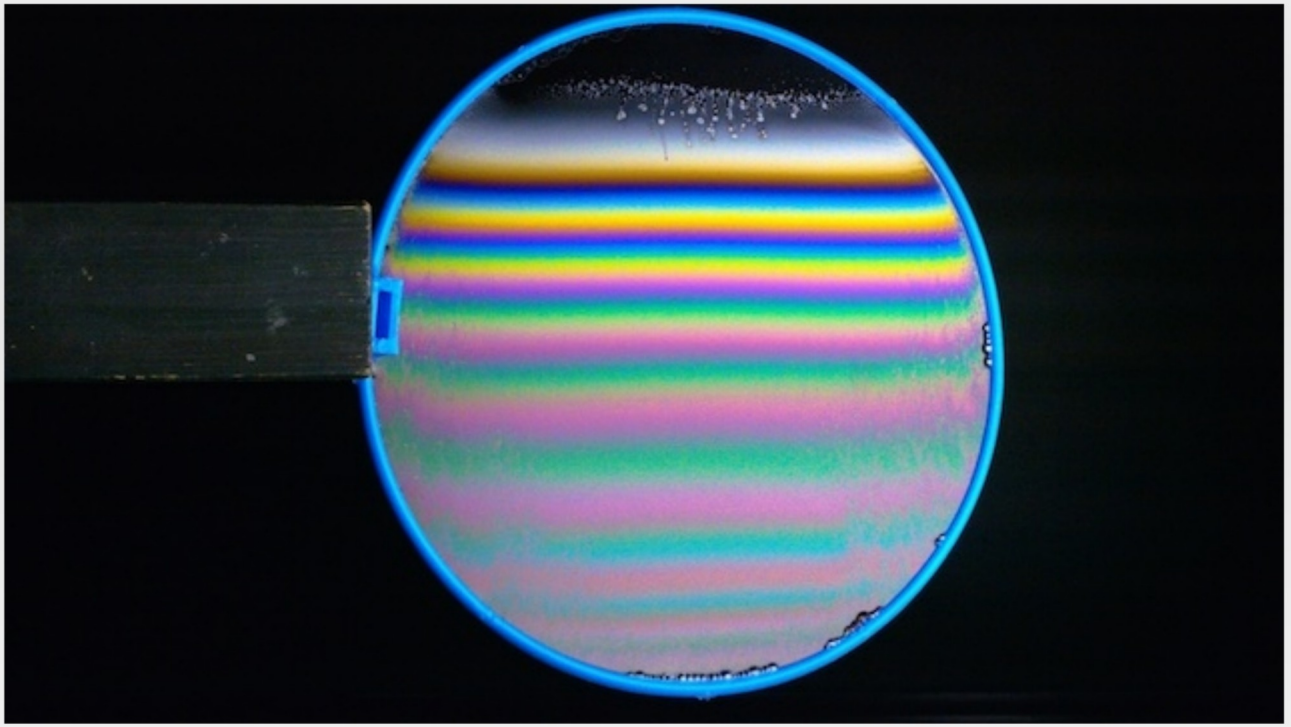
Fotonika

Wykład 9: Interferencja w układach warstwowych

Plan:

- metody macierzowe - macierze przejścia i rozpraszania
- Proste układy warstwowe
- powłoki antyrefleksyjne
- interferometr Fabry-Pérot
- tunelowanie optyczne
- mody dielektrycznego falowodu planarnego

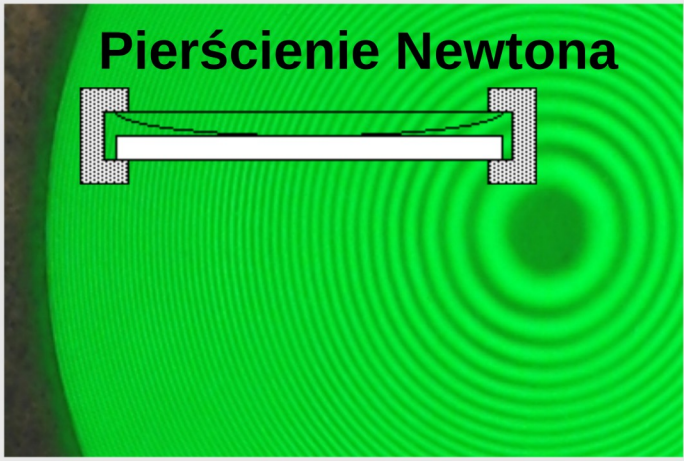
Interferencja na błonce bańki mydlanej

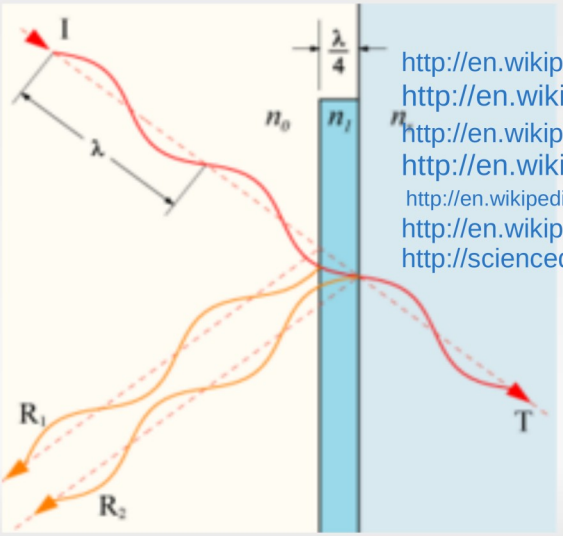


The reflection from the front surface is a so-called "hard reflection" and results in a 180° phase shift because the light is traveling from a medium of low refractive index (air) to a higher refractive medium (soap film). Going from soap-to-air, the reflection from the rear surface is a "soft reflection" and is not accompanied by phase reversal. (...)The soap film increases in thickness towards the bottom. Thus, reflections from the front and rear of the soap film gradually undergo increasingly larger phase shifts. For example, where the thickness is 1/4 wavelength, the path in the soap film is 1/2 wavelength longer than the front surface reflection (assuming normal incidence), putting the two reflections in phase and thereby giving a maximum reflected light intensity. As we continue to increase in thickness, every 1/4 wavelength increase in thickness we move from a region of no reflection to a region of maximum reflection to no reflection again, etc. The situation is a little more complicated in white light, albeit much more beautiful. The reflection maxima occur when the thickness is (1/4)λ, (3/4) λ, (5/4) λ,... for a given color. The first maximum of reflected light (…) is essentially white and successive bands show more and more color.

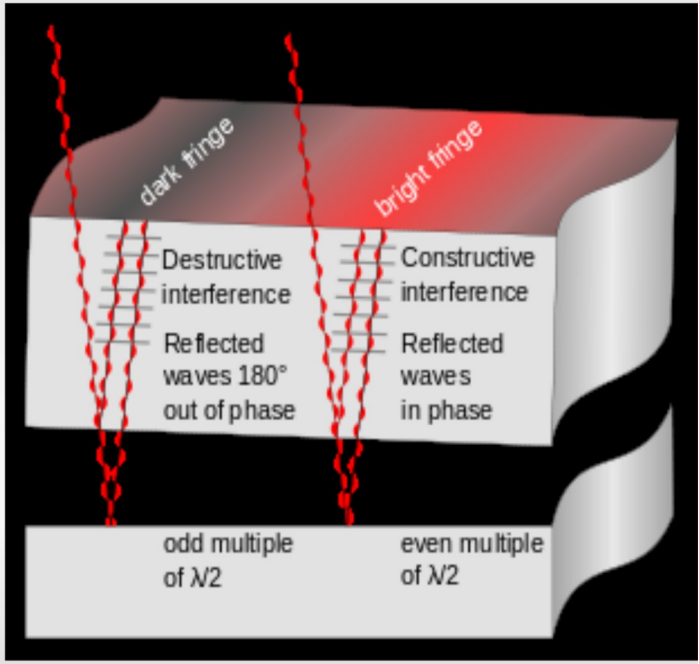
http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/thin-film-interference

Cienkie warstwy w naturze



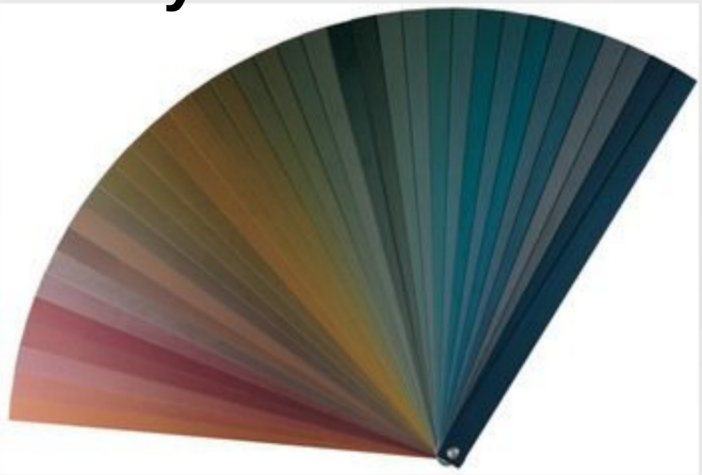


http://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_rings
http://en.wikipedia.org/wiki/Soap_bubble
http://en.wikipedia.org/wiki/Thin-film_interference
http://en.wikipedia.org/wiki/Fabry%E2%80%93P%C3%A9rot_interferometer
http://en.wikipedia.org/wiki/Optical_coating
http://en.wikipedia.org/wiki/Interference_filter
http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/newtons-rings



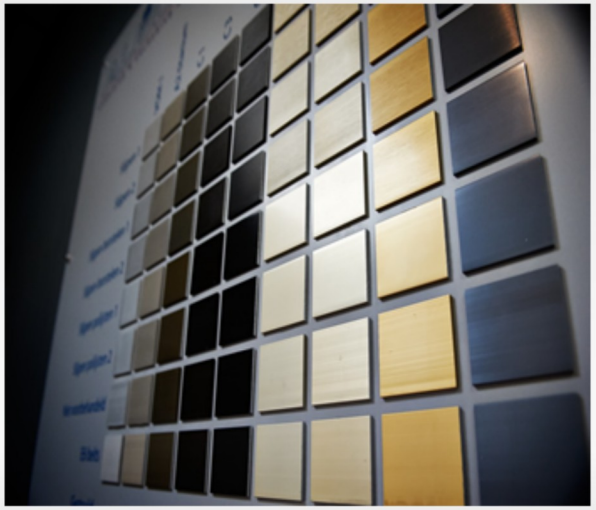
Kolorowanie metali

Anodyzowanie aluminium oraz stali nierdzewnej



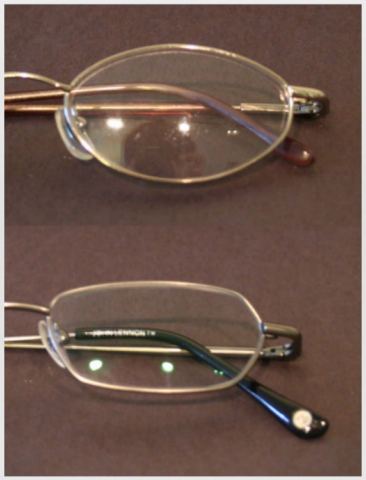
http://www.americanplatingpower.com/aluspectral-interference-coloring.php

http://www.nakano-acl.co.jp/

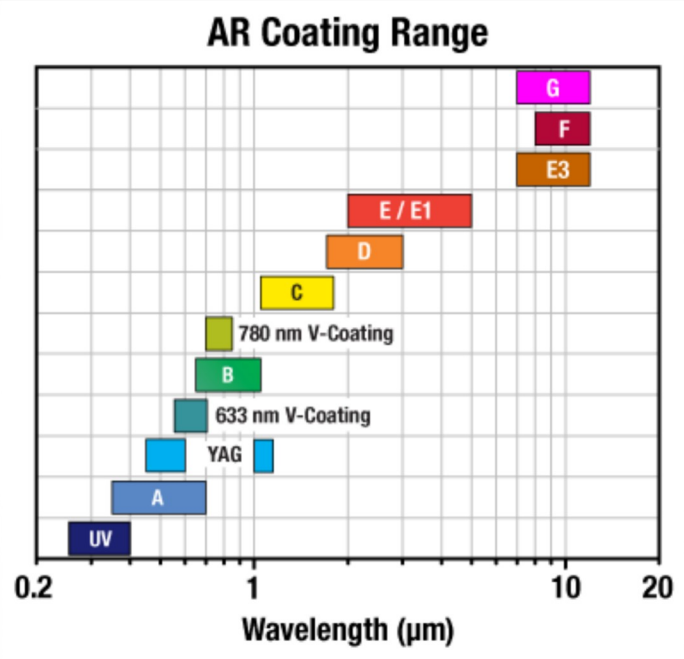


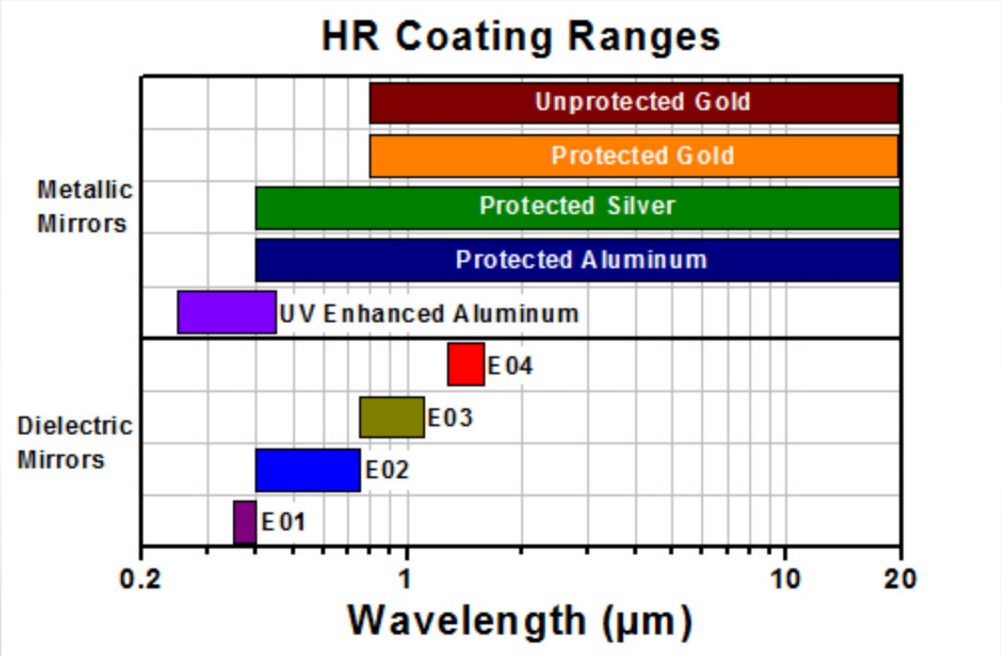
http://www.alucol.eu/interference-colouring

Filtry interferencyjne - powłoki antyrefleksyjne (AR), wysokoodbiciowe (HR), filtry neutralne, środkowozaporowe (ang. notch), pasmowe itp

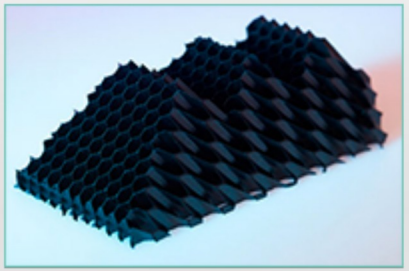


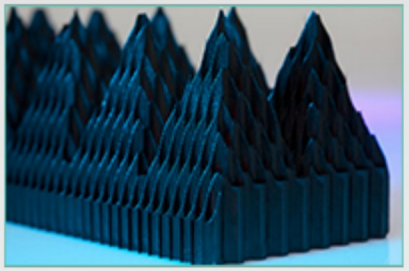
https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=5840

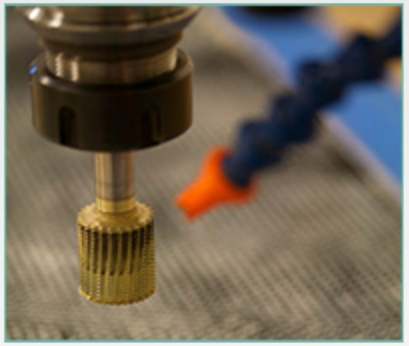


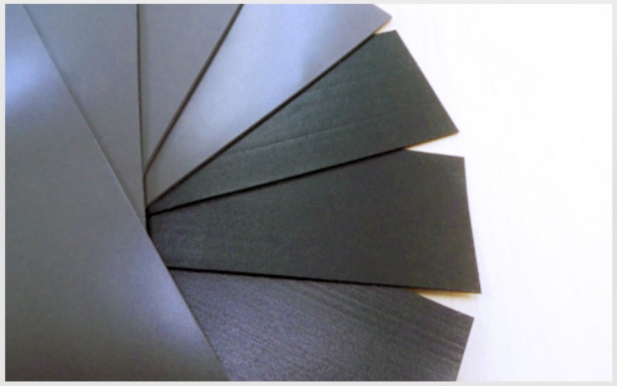


Absorbery

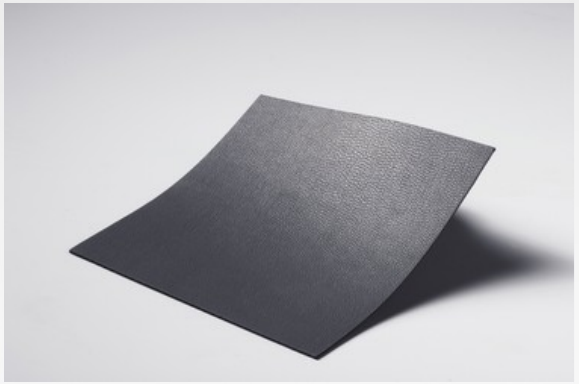


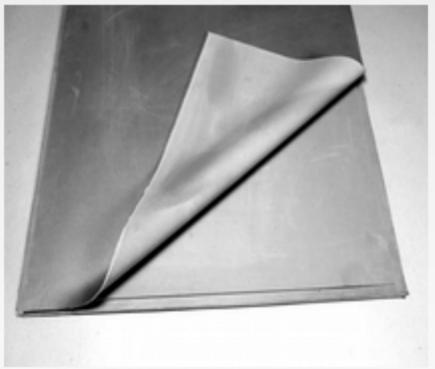






http://www.glocom.com

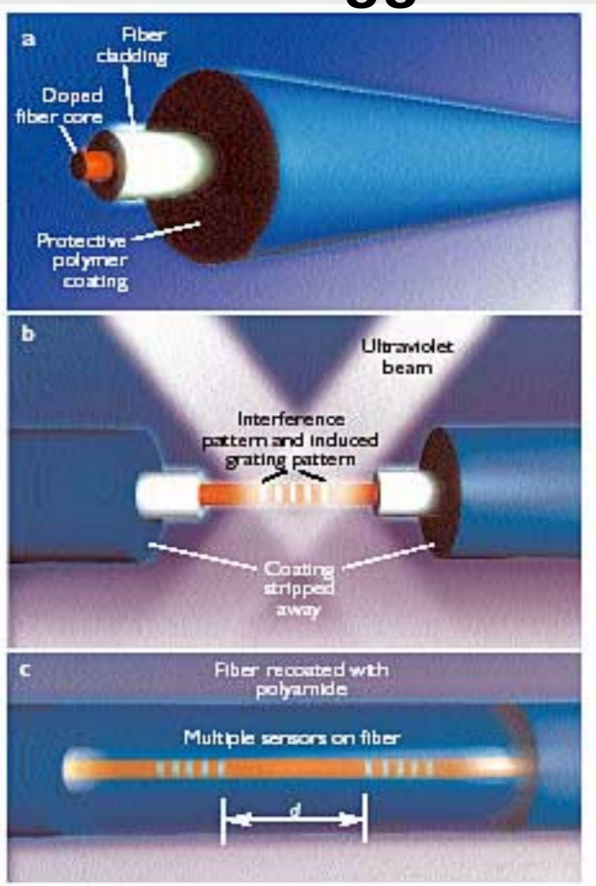




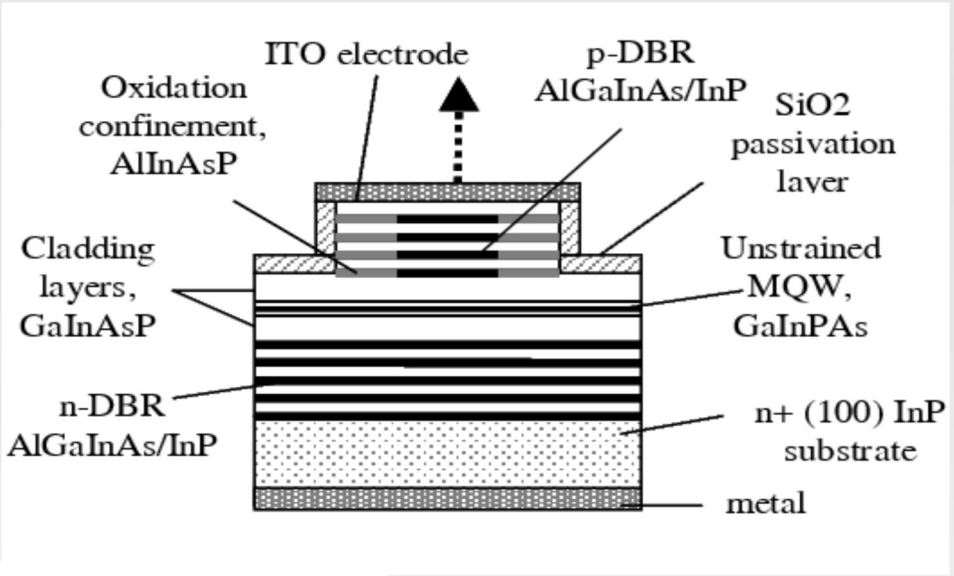
http://www.lairdtech.com

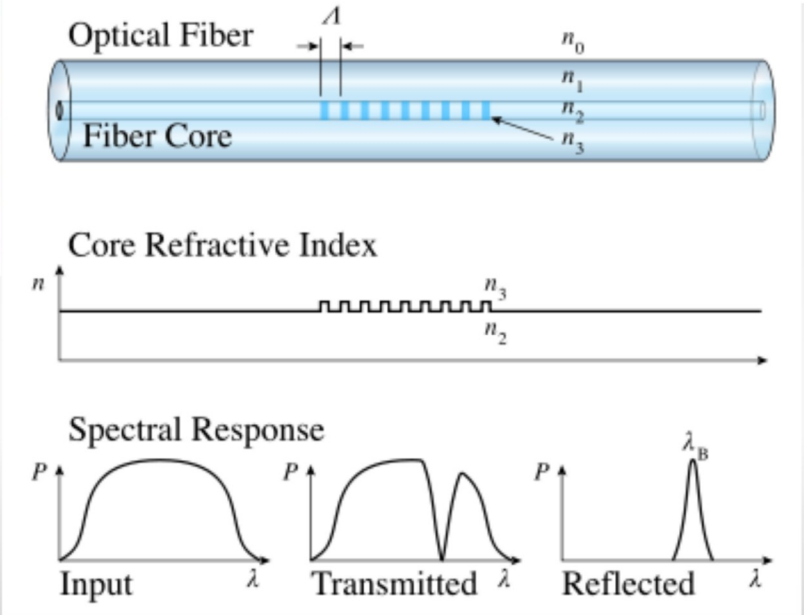
Struktury warstwowe – zwierciadła i siatki Bragga, 1-wym. kryształy fotoniczne, filtry interferencyjne

Siatki Bragga

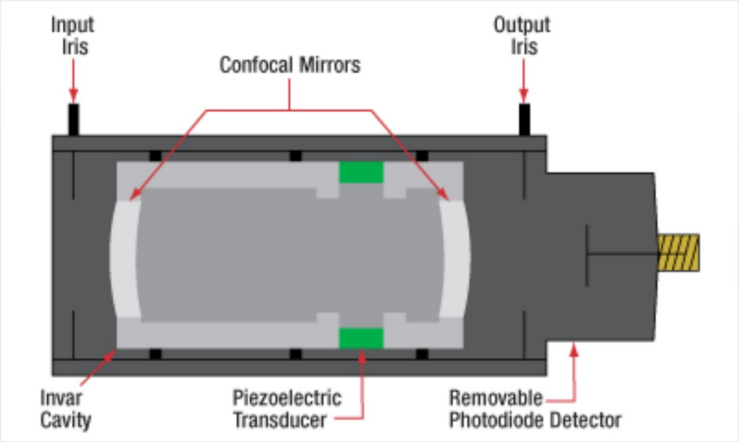


Zwierciadła Bragga

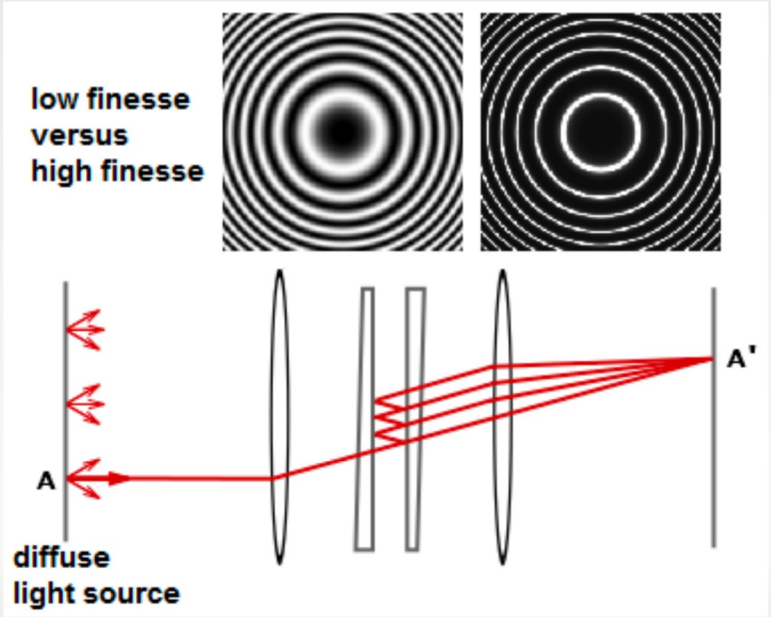




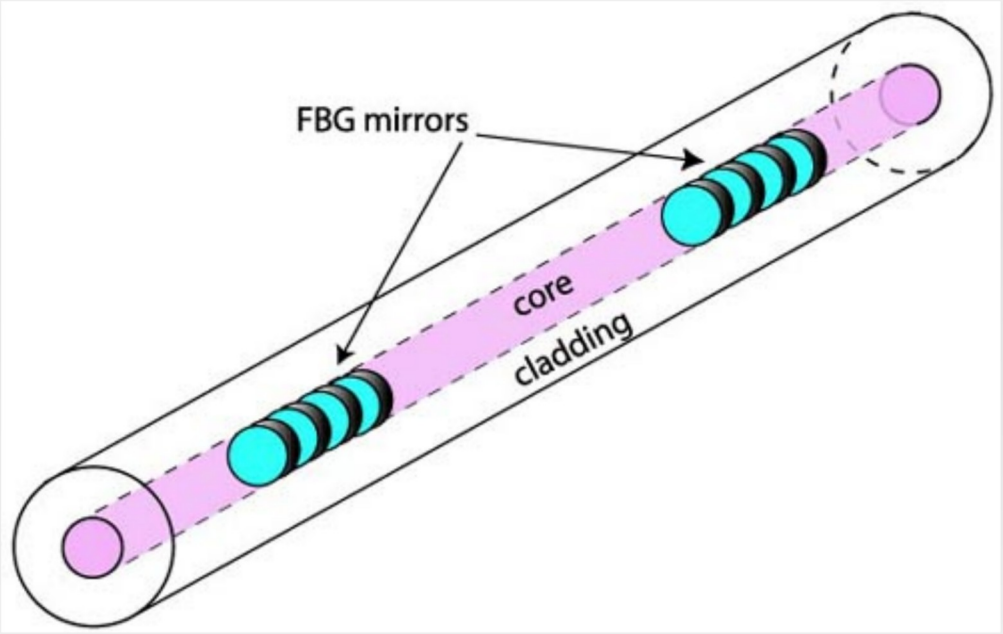
Interferometr Fabry-Pérot



Konfokalny skanujący interferometr FP



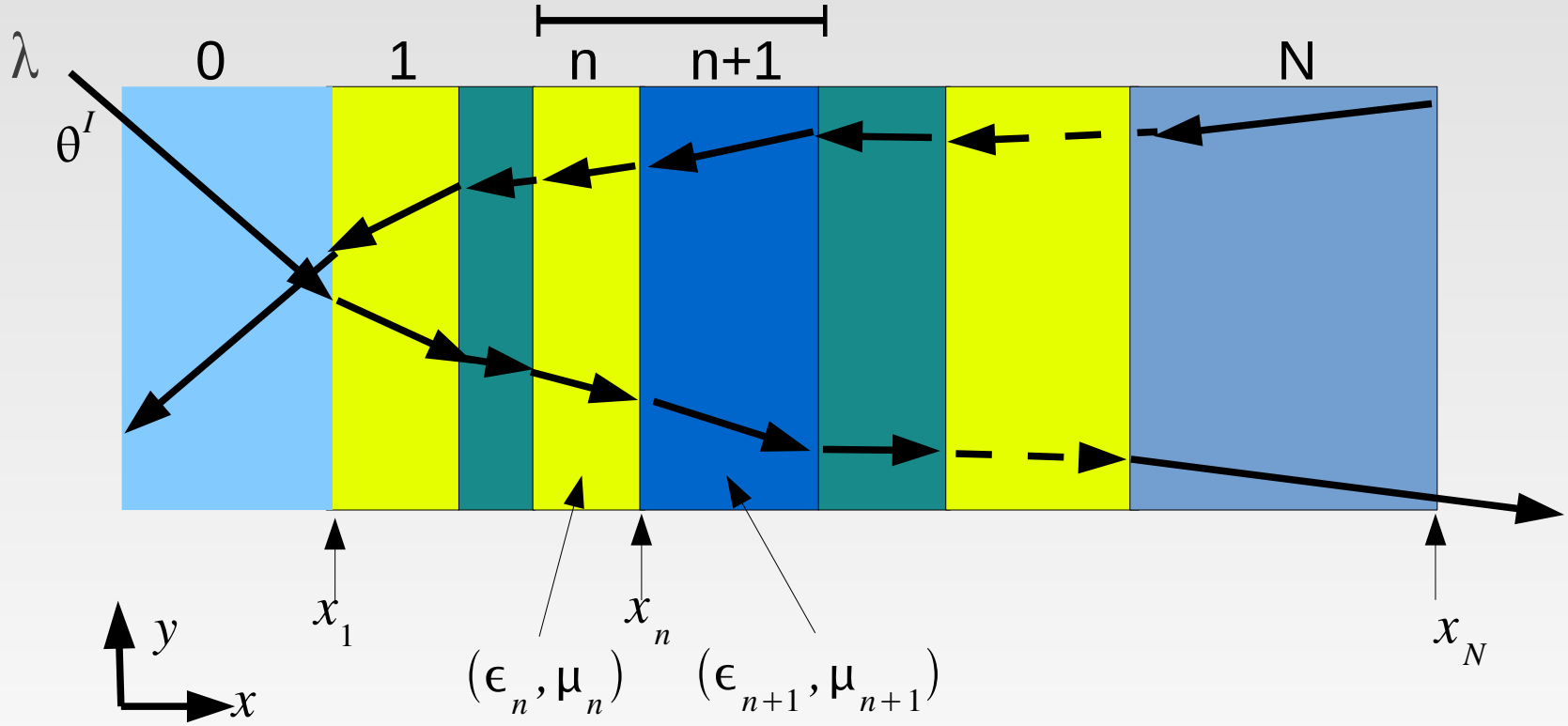
Warunek na powstawanie maksimum: $2d\cos\theta = \lambda m$



http://spie.org/newsroom/0376-conquering-delivery-fiber-noise-in-remote-sensing

Układ warstwowy

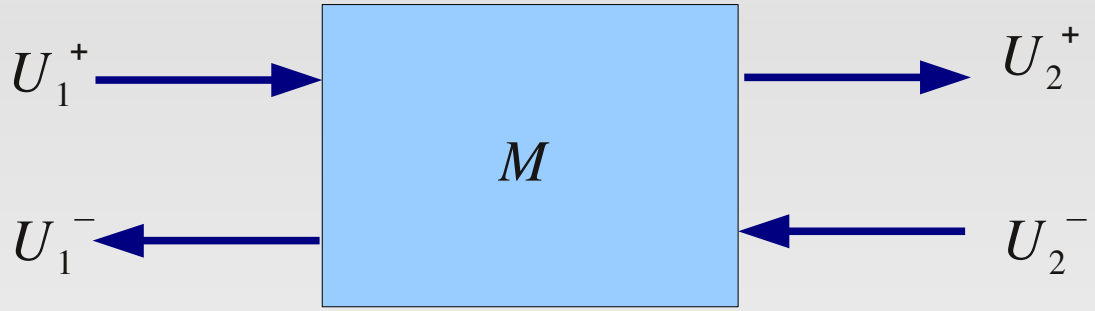
Rozważmy układ składający się z N nieskończonych jednorodnych i izotropowych warstw o płaskich i równoległych granicach. Na układ pada z zewnątrz monochromatyczna fala płaska o polaryzacji TE bądź TM. Interesuje nas współczynnik transmisji i odbicia całej struktury.



Spostrzeżenie – wewnątrz każdej warstwy mogą wystąpić jedynie 2 fale płaskie różniące się znakiem składowej wektora falowego k_x

Układ warstwowy

Rozpatrzmy pojedynczy element układu warstwowego - warstwę ośrodka jednorodnego, albo granicę pomiędzy dwoma ośrodkami:

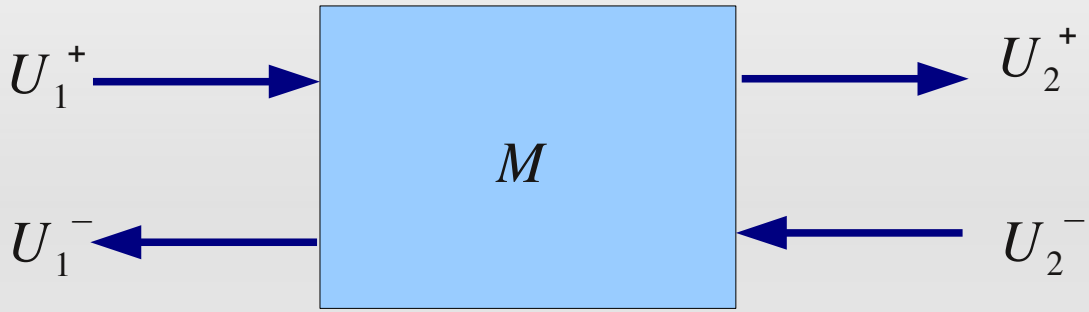


$$\begin{bmatrix} U_2^+ \\ U_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1^+ \\ U_1^- \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$ Macierz transmisji (przejścia)

Uwaga:
- podobnie możemy opisać działanie każdej części układu (wielu warstw), lub całego układu.
- taki opis wymaga założenia liniowości układu

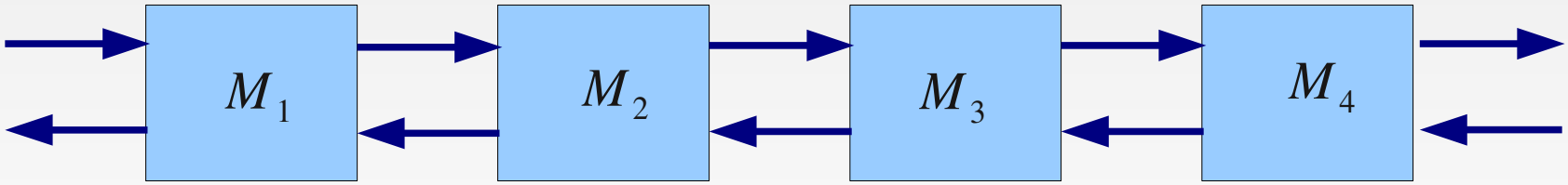
Wypadkowa macierz przejścia



$$\begin{bmatrix} U_2^+ \\ U_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1^+ \\ U_1^- \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

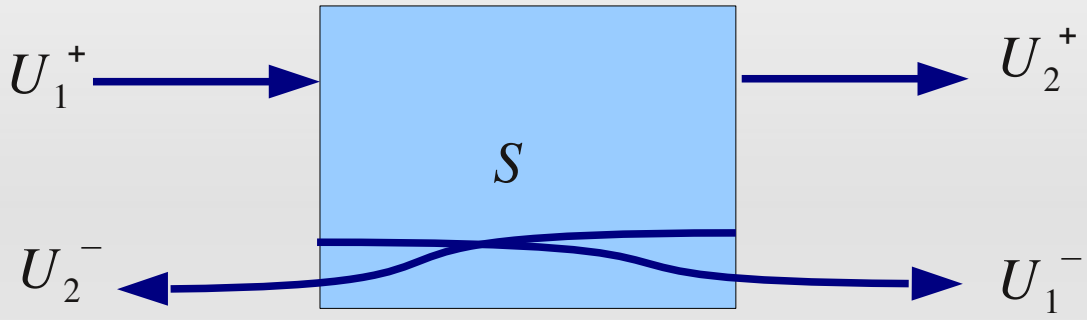
Macierz transmisji (przejścia)



Macierz wypadkowa całego układu:

$$M = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \ldots M_1$$

Macierz rozpraszania



$$\begin{bmatrix} U_2^+ \\ U_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{12} & r_{21} \\ r_{12} & t_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1^+ \\ U_2^- \end{bmatrix}$$

Macierz rozpraszania:

$$S = \begin{bmatrix} t_{12} & r_{21} \\ r_{12} & t_{21} \end{bmatrix}$$

- elementy macierzy rozpraszania odpowiadają współczynnikom odbicia i transmisji (można je wyznaczyć przy pomocy wzorów Fresnela, lub przy wykorzystaniu funkcji przenoszenia dla propagacji)
- reguła składania dla macierzy rozpraszania nie odpowiada mnożeniu macierzy

Relacja między macierzami przejścia i rozpraszania

$$S = \begin{bmatrix} t_{12} & r_{21} \\ r_{12} & t_{21} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} AD - BC & B \\ -C & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \frac{1}{t_{21}} \begin{bmatrix} t_{12} t_{21} - r_{12} r_{21} & r_{21} \\ -r_{12} & 1 \end{bmatrix}$$

Przykład: macierze dla propagacji i dla granicy warstw

$$\Psi(x) = U^{+}(x) + U^{-}(x)$$

$$U_1^{+} = U^{+}(x_0) \qquad U_2^{+} = U^{+}(x_0 + d) = U_1^{+} \cdot e^{ik_x d}$$

$$U_1^{-} = U^{-}(x_0) \qquad U_2^{-} = U^{-}(x_0 + d) = U_1^{-} \cdot e^{-ik_x d}$$

Macierz S dla propagacji:

$$S = \begin{bmatrix} \exp(i\phi) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi) \end{bmatrix}$$

Macierz M dla propagacji:

$$M = \begin{bmatrix} \exp(i\phi) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi) \end{bmatrix}$$

Dla padania prostopadłego: $\phi = k\,d = n\,k_0 d$

Dla padania skośnego: $\phi = k_x d$

Macierz S dla granicy warstw:

$$S = \begin{bmatrix} 1-r & r \\ -r & 1+r \end{bmatrix}$$

Macierz M dla granicy warstw:

$$M = \frac{1}{1+r} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}$$

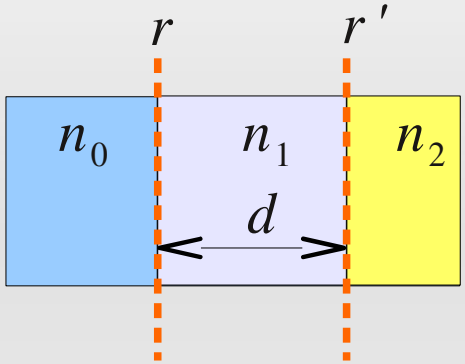
Ze wzorów Fresnela dla wybranej polaryzacji: r

(znaki jak na slajdzie 37 /wykł 4 dla $r \equiv r_{TM}^{Hz}, lub\, r \equiv r_{TE}^{Ez}$)

$$r_{TM}^{H_z} = \frac{\epsilon_1 k_{T,x} - \epsilon_2 k_{I,x}}{\epsilon_1 k_{T,x} + \epsilon_2 k_{I,x}} \qquad r_{TE}^{E_z} = \frac{\mu_1 k_{T,x} - \mu_2 k_{I,x}}{\mu_1 k_{T,x} + \mu_2 k_{I,x}}$$

$$t_{TM}^{H_z} = 1 - r_{TM}^{H_z} \qquad t_{TE}^{E_z} = 1 - r_{TE}^{E_z}$$

Układ 3 warstw



$$\phi = k_x \cdot d \quad = k_0 d \cdot n_1 \qquad \text{dla padania prostopadłego}$$

$$= k_0 d \cdot \sqrt{n_1^2 - (k_y / k_0)^2} \qquad \text{dla padania ukośnego}$$

r współczynnik odbicia od pierwszej granicy ośrodków (n_0 do n_1)

r' współczynnik odbicia od drugiej granicy ośrodków (n_1 do n_2). Dla $n_0 = n_2$ mamy $r=-r'$.

$$S_1 = \begin{bmatrix} t_{12} & r_{21} \\ r_{12} & t_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-r & r \\ -r & 1+r \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} t_{23} & r_{32} \\ r_{23} & t_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-r' & r' \\ -r' & 1+r' \end{bmatrix}$$

Zmodyfikowane wzory Airy:

$$t_{13} = \frac{t_{12} \cdot t_{23} \cdot \exp(i\phi)}{1 - r_{21} \cdot r_{23} \cdot \exp(2i\phi)} = \frac{(1-r') \cdot (1-r) \cdot \exp(i\phi)}{1 + r \cdot r' \cdot \exp(2i\phi)}$$

$$r_{13} = r_{12} + \frac{t_{12} \cdot t_{21} \cdot r_{23} \cdot \exp(2i\phi)}{1 - r_{21} \cdot r_{23} \cdot \exp(2i\phi)} = -\frac{r + r' \cdot \exp(2i\phi)}{1 + r \cdot r' \cdot \exp(2i\phi)}$$

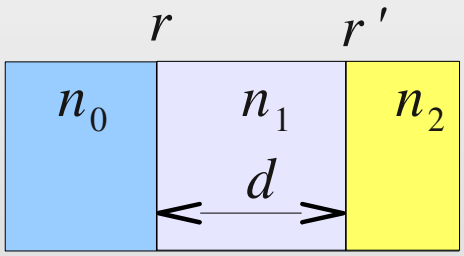
(Wyrażenia na dwa pozostałe współczynniki otrzymujemy zamieniając miejscami indeksy 1 i 3 oraz odpowiednio zmieniając kolejność i znaki współczynników odbicia Fresnela)

Dla $n_0 = n_2$:

$$t_{13} = \frac{(1-r^2) \cdot \exp(i\phi)}{1 - r^2 \cdot \exp(2i\phi)}$$

$$-r_{13} = \frac{r \cdot (1 - \exp(2i\phi))}{1 - r^2 \cdot \exp(2i\phi)}$$

Przykład: powłoka antyrefleksyjna



$$r_{13} = -\frac{r + r' \cdot \exp(2i\phi)}{1 + r \cdot r' \cdot \exp(2i\phi)} = 0$$

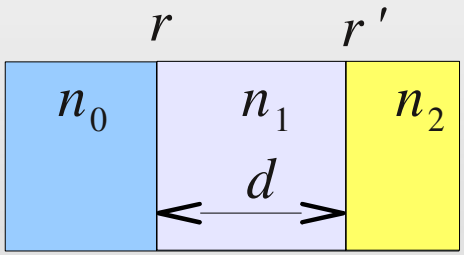
$$r + r' \cdot \exp(2i\phi) = 0$$

Przykładowe rozwiązanie:

$$r = r'$$

$$\exp(2i\phi) = -1$$

Przykład: powłoka antyodbiciowa



$$r_{13} = -\frac{r + r' \cdot \exp(2i\phi)}{1 + r \cdot r' \cdot \exp(2i\phi)} = 0$$

$$r + r' \cdot \exp(2i\phi) = 0$$

Przykładowe rozwiązanie:

$$r = r'$$

$$\exp(2i\phi) = -1$$

$$n_1 = \sqrt{n_0 \cdot n_2}$$

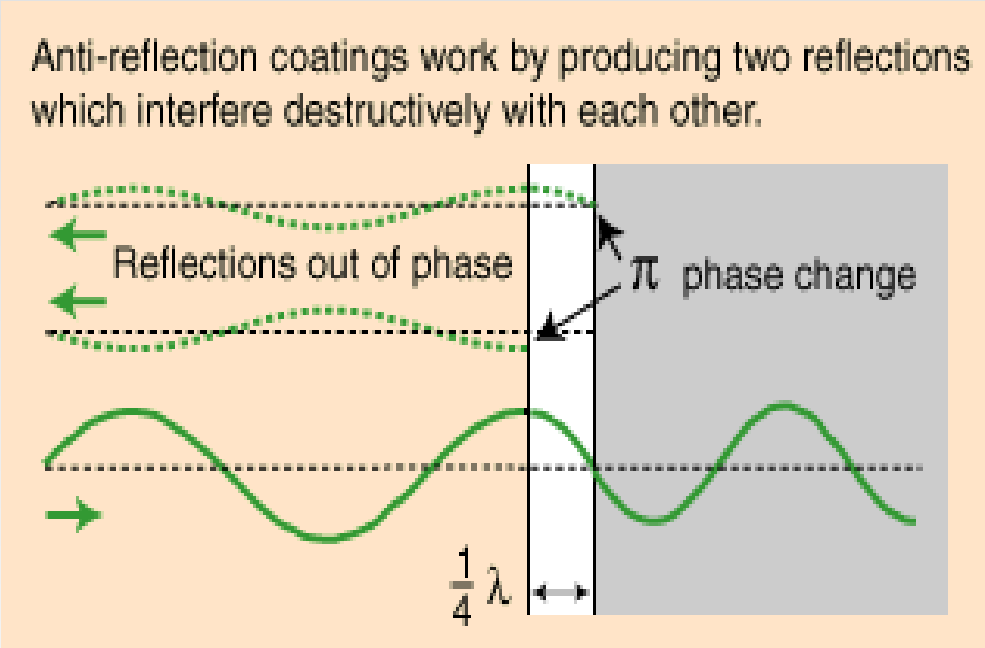
$$\phi = 2\pi n_1 d/\lambda = \pi/2 + m\pi$$

$$d = \frac{\lambda}{4 n_1}(1 + 2m)$$

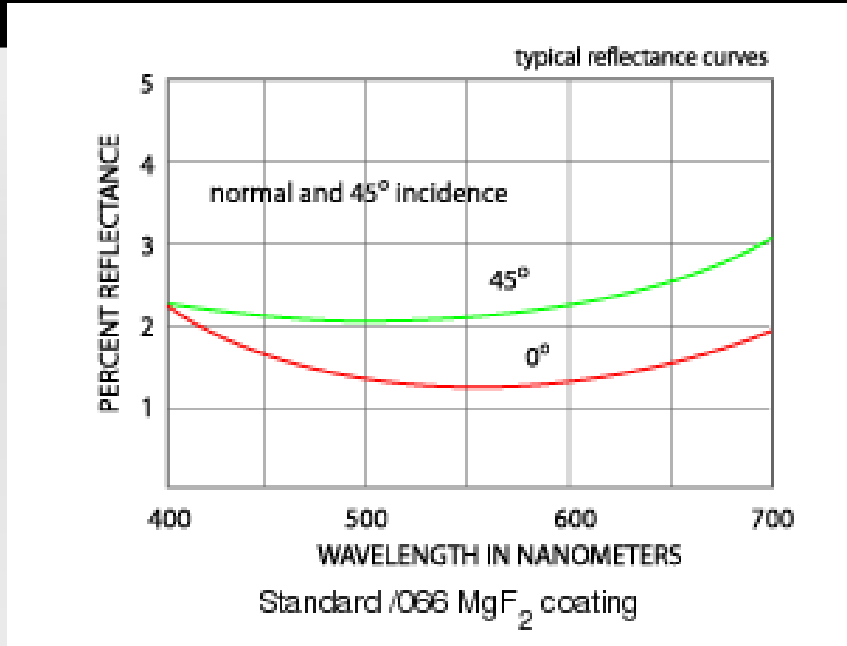
Współczynnik załamania $n_0 < n_1 < n_2$

Dla granicy powietrza i szkła wykorzystuje się np. MgF_2, TiO_2

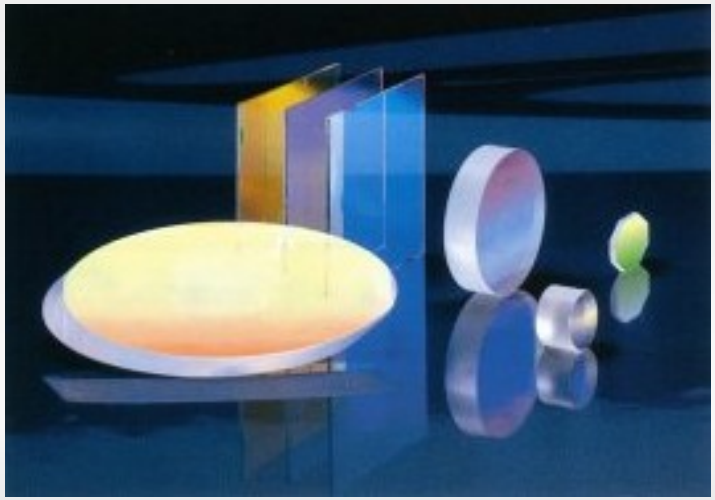
Przykład: powłoka antyrefleksyjna



http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html



http://optics.mellesgriot.com/opguide



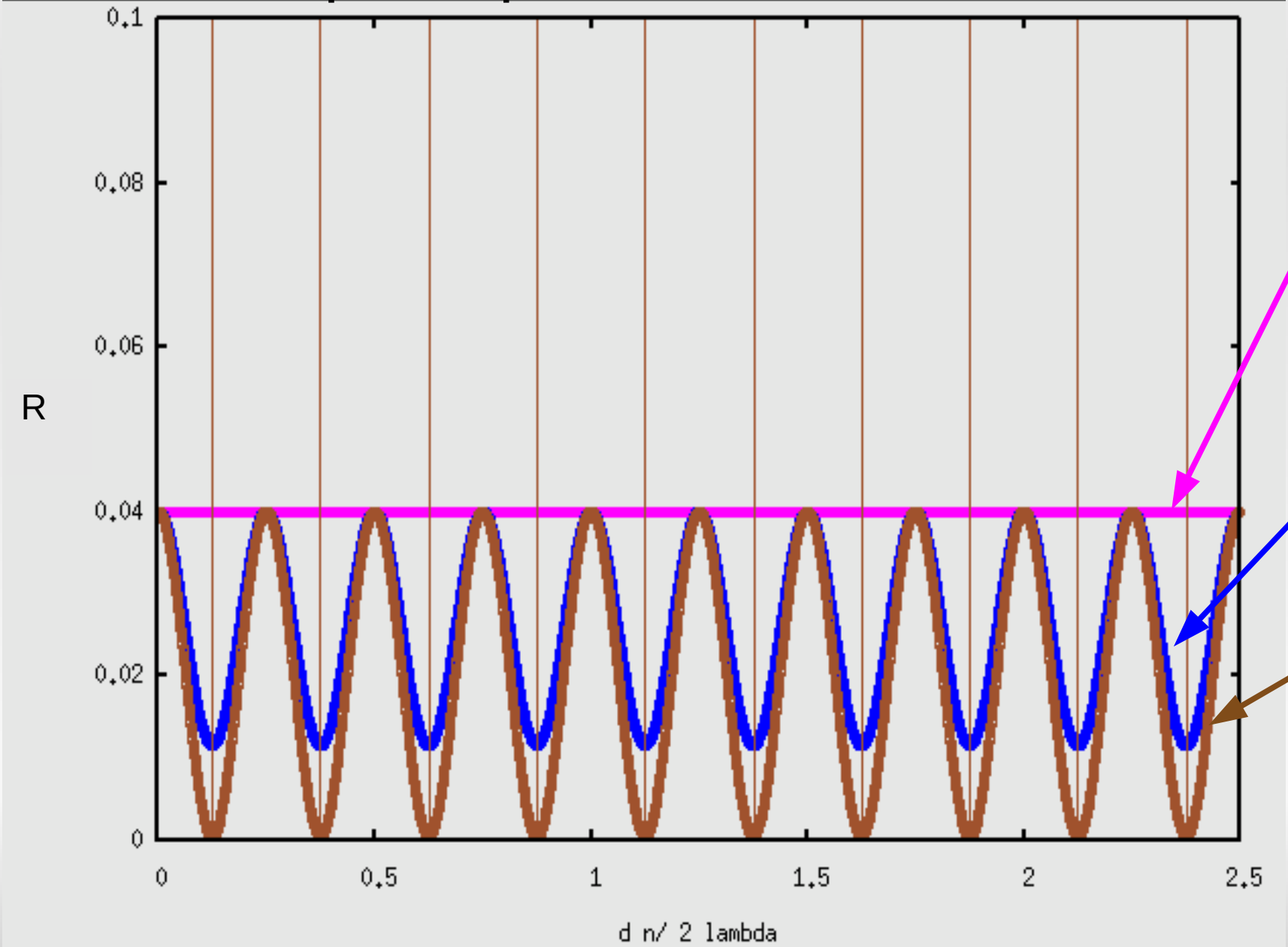
http://www.us.schott.com/optics_devices/english/products/coating.html

Przykład: powłoka antyrefleksyjna

Prostopadłe padanie światła

$n_0 = 1$

$n_2 = 1.5$



Brak powłoki

$n_1 = n_0$

$R = \left(\frac{n_2 - n_0}{n_2 + n_0} \right)^2$

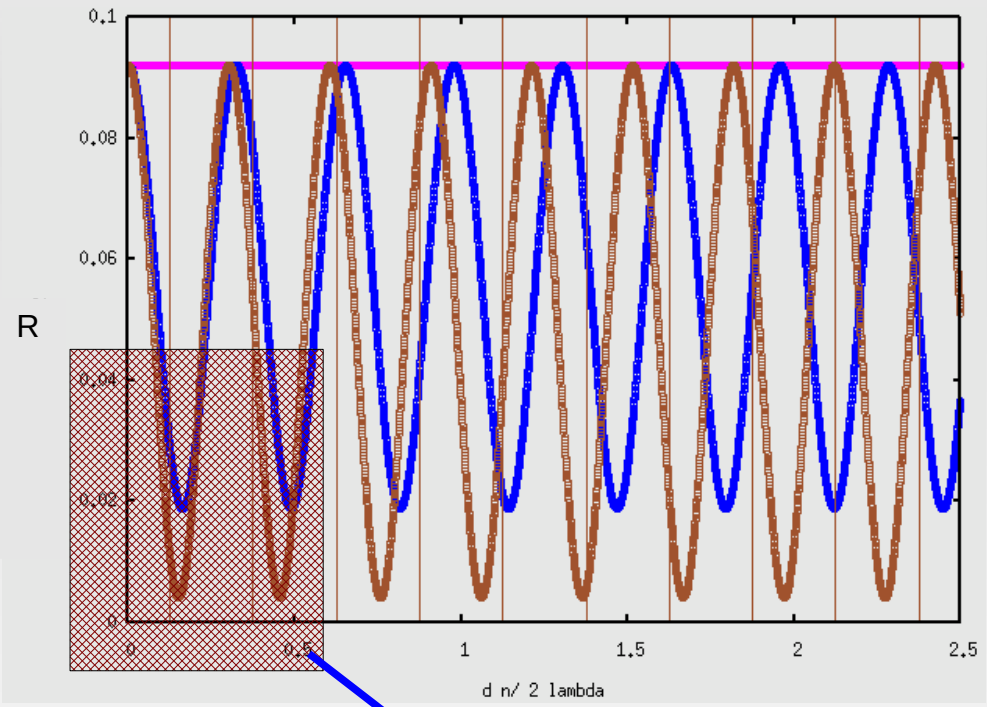
$n_1 = 1.1$

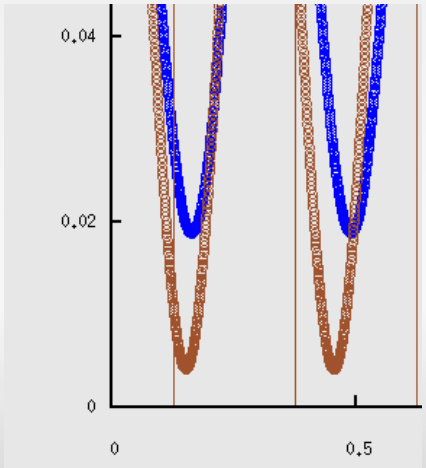
$n_1 = \sqrt{n_0 n_2}$

Przykład: powłoka antyodbiciowa

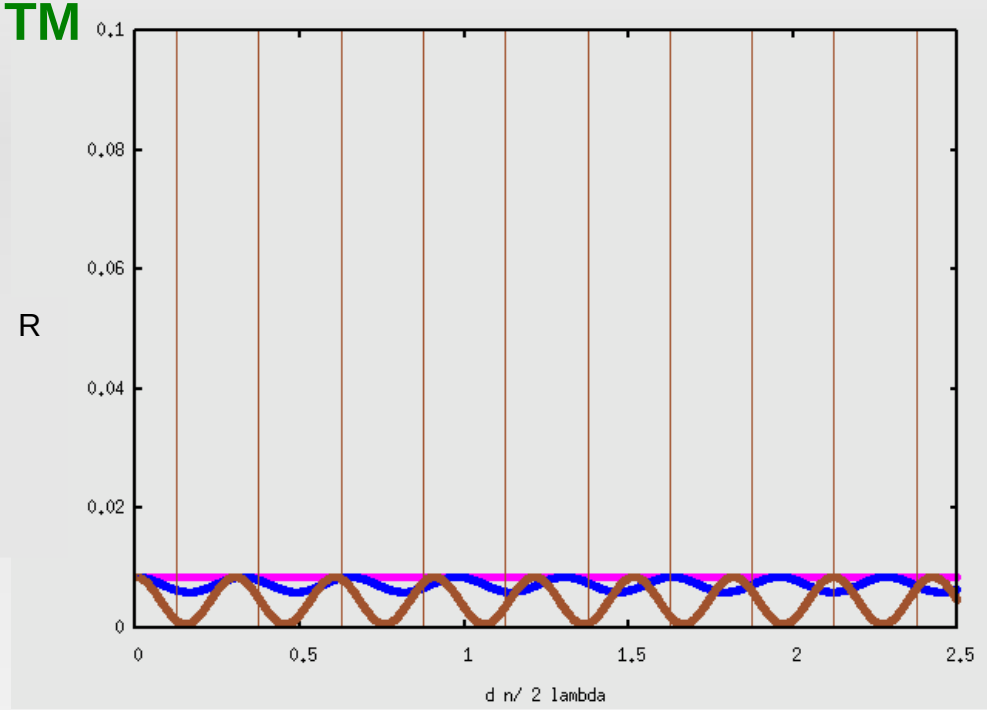
Ukośne padanie światła (pi/4)

TE



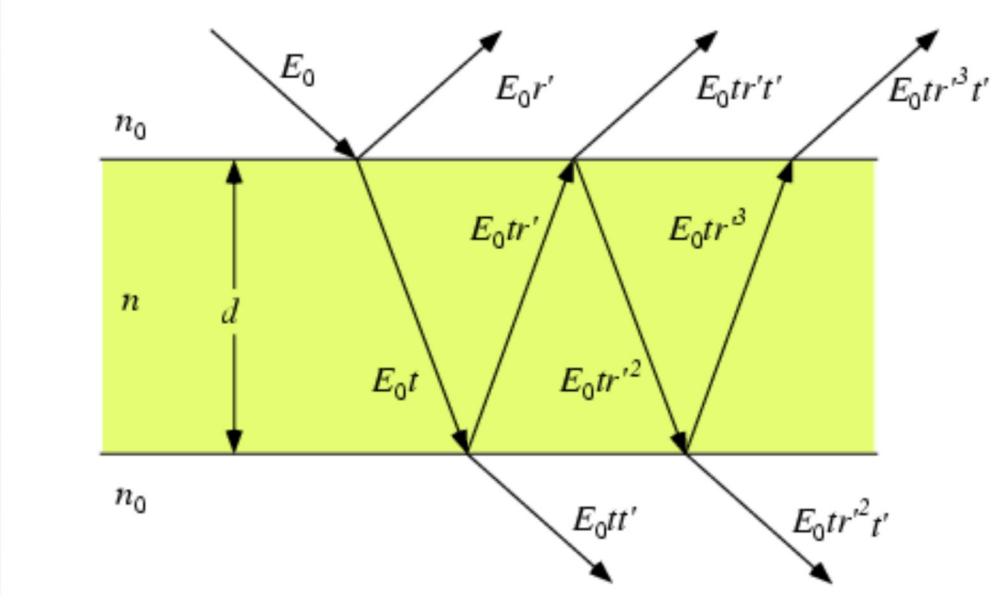


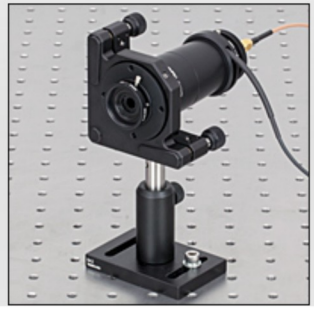
TM

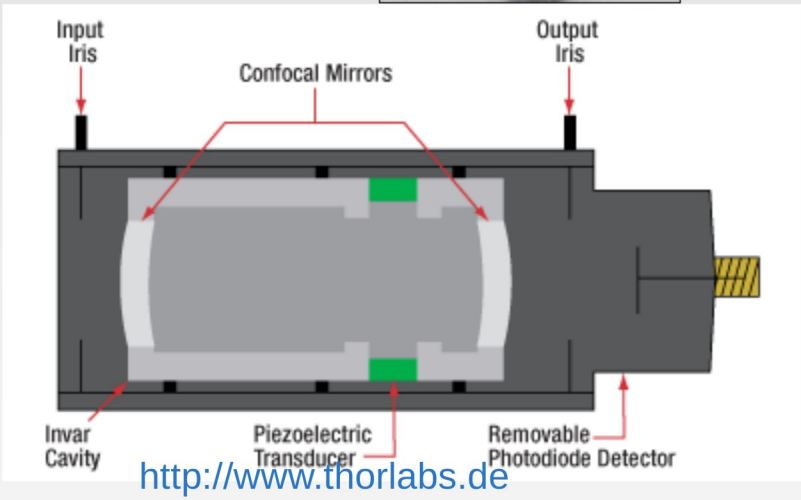


- przy padaniu ukośnym powstają odbicia od powłoki
- dla polaryzacji TM, dla której występuje kąt Brewstera, odbicia są niższe

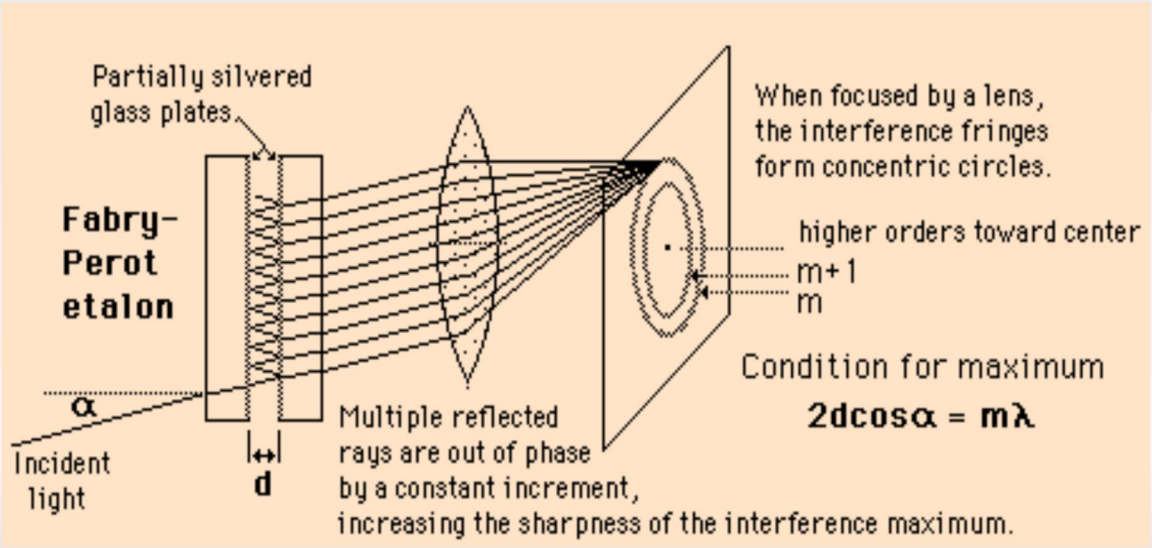
Przykład: interferometr Fabry-Pérot





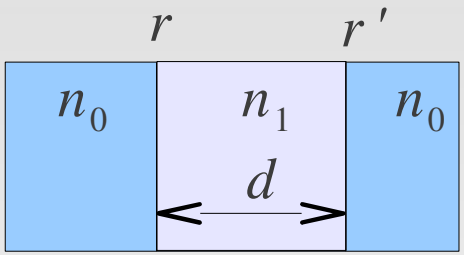


http://www.thorlabs.de



Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

-Nazwy interferometr Fabry-Perot używa się gdy układ pozwala na zmianę odległości *d* pomiędzy powierzchniami odbijającymi. W przeciwnym wypadku mówi się o płytce (etalonie) FP, tym niemniej opis matematyczny w obu sytuacjach jest taki sam.



$$r = -r'$$

$$t_{13} = \frac{(1-r^2)\cdot\exp(i\phi)}{1-r^2\cdot\exp(2i\phi)}$$

$$-r_{13} = \frac{r\cdot(1-\exp(2i\phi))}{1-r^2\cdot\exp(2i\phi)}$$

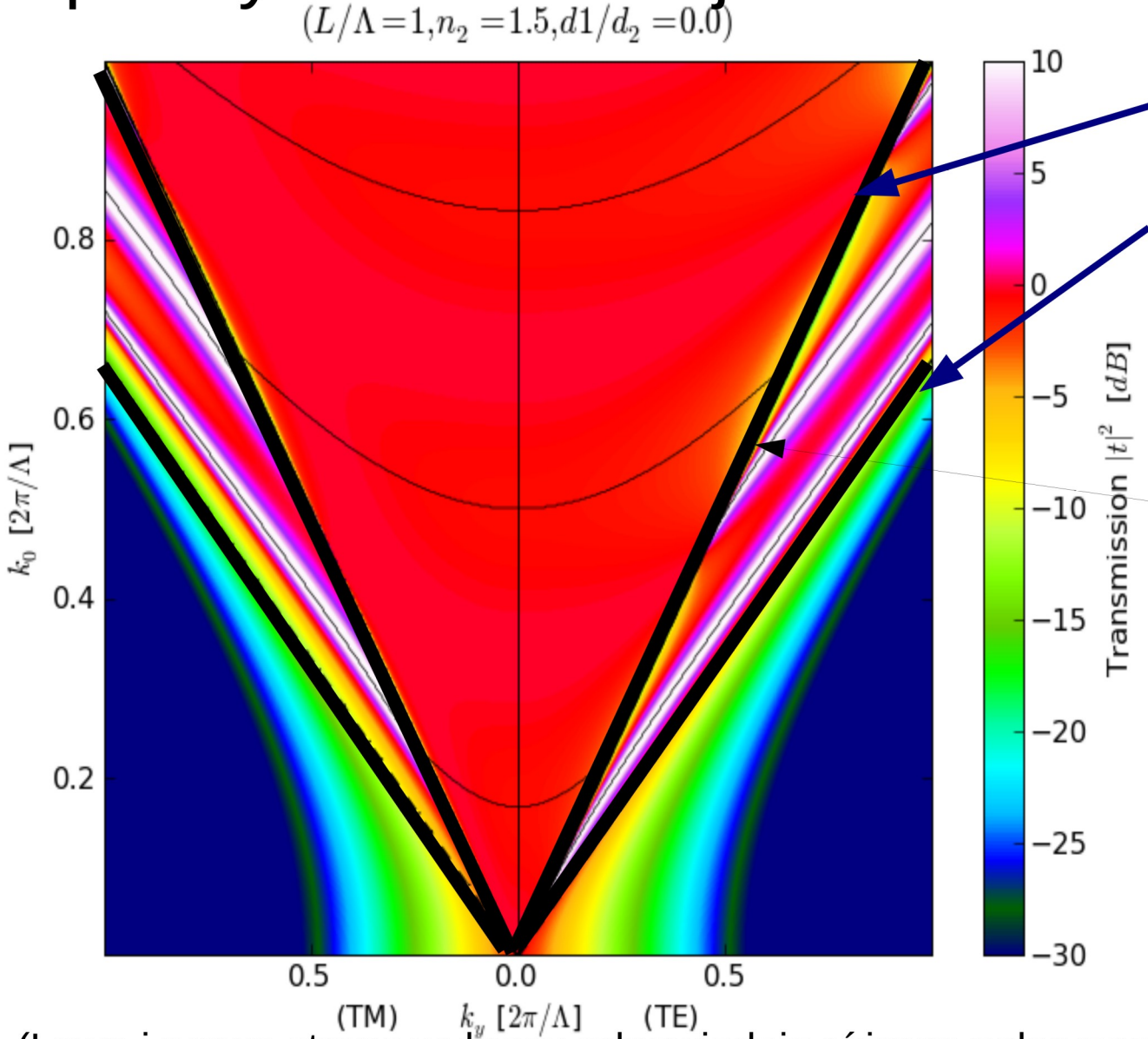
Natężeniowy współczynnik transmisji:

$$T = |t_{13}|^2 = \frac{|1-r^2|^2}{1-|r|^4-2\,Re(r^2\cdot\exp(2i\phi))}$$

Periodyczność: $2\phi = 2k_0 n_1 d\cos\theta = \frac{2\omega n_1 d}{c}\cos\theta = m2\pi$

Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

Współczynnik transmisji



$$k_y^2 = k_0^2 n_0^2$$

$$k_y^2 = k_0^2 n_1^2$$

$n_0 = 1$

$n_1 = 1.5$

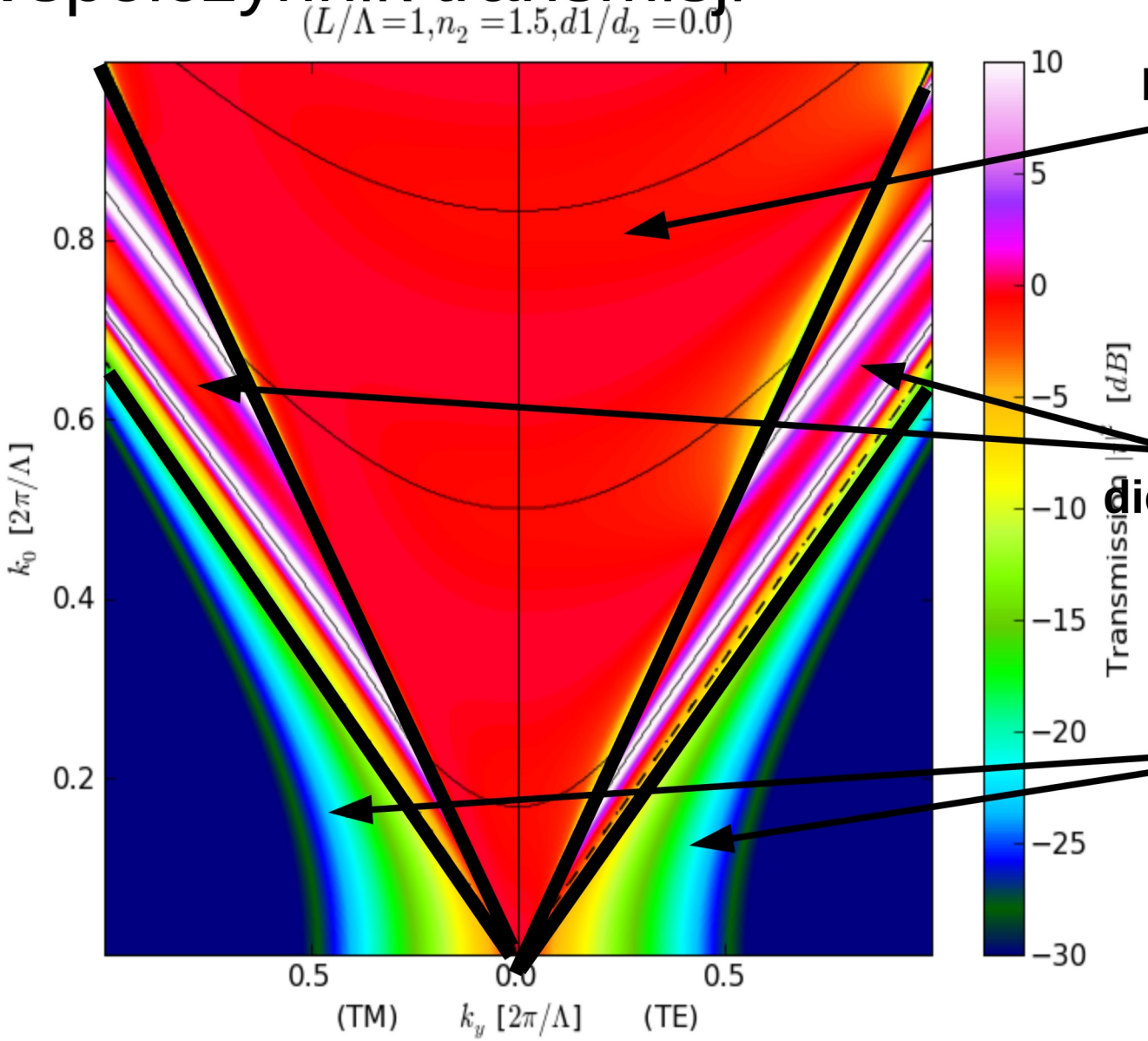
$\Lambda \equiv d$

Linia powietrza (ang. air line) $k_y^2 = k_0^2$

(Lewa i prawa strona wykresu odpowiadają różnym polaryzacjom)

Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

Współczynnik transmisji



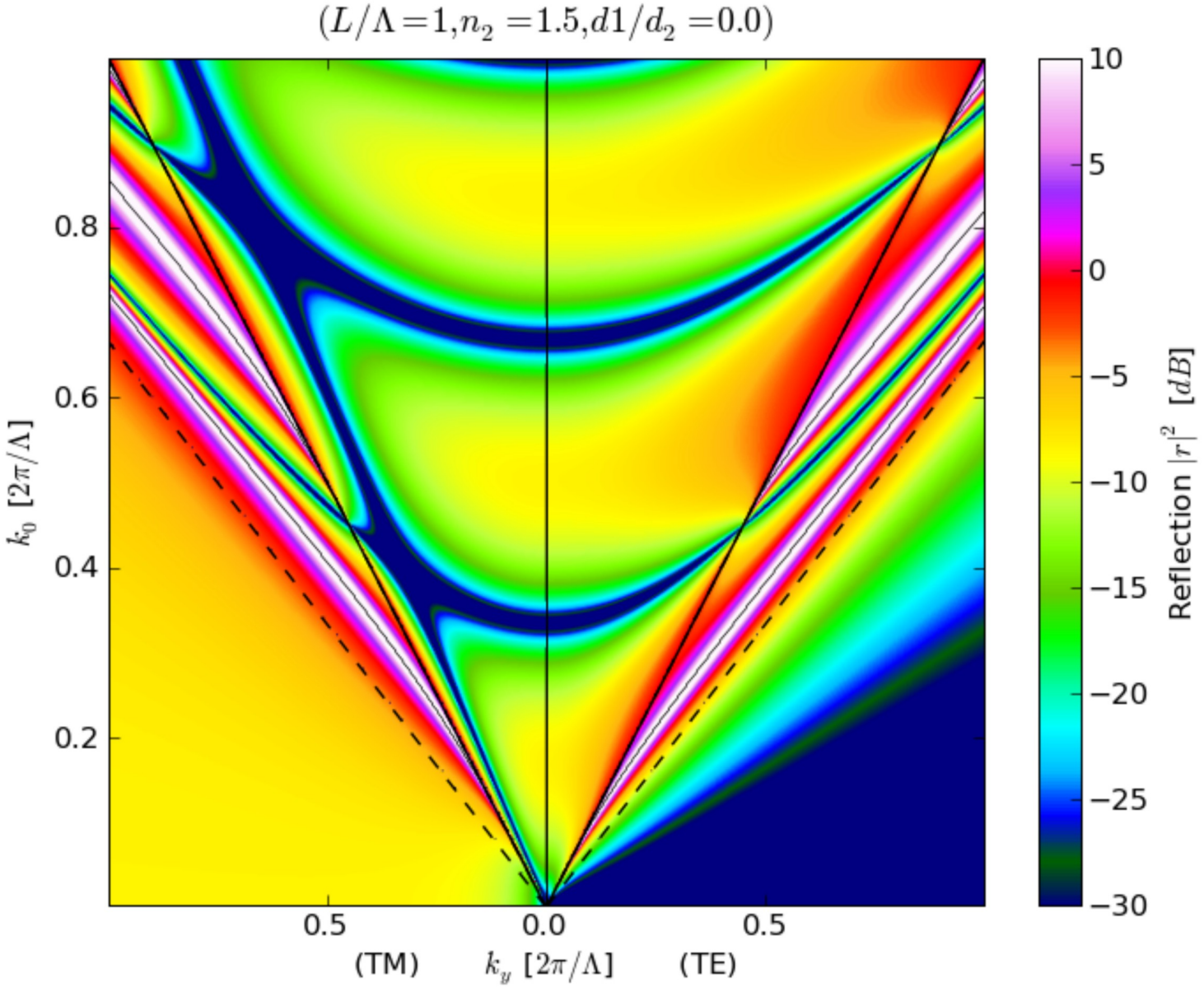
Fale jednorodne w obu ośrodkach

Fale jednorodne w dielektryku ale ewanescentne w powietrzu

Fale ewanescentne w obu ośrodkach

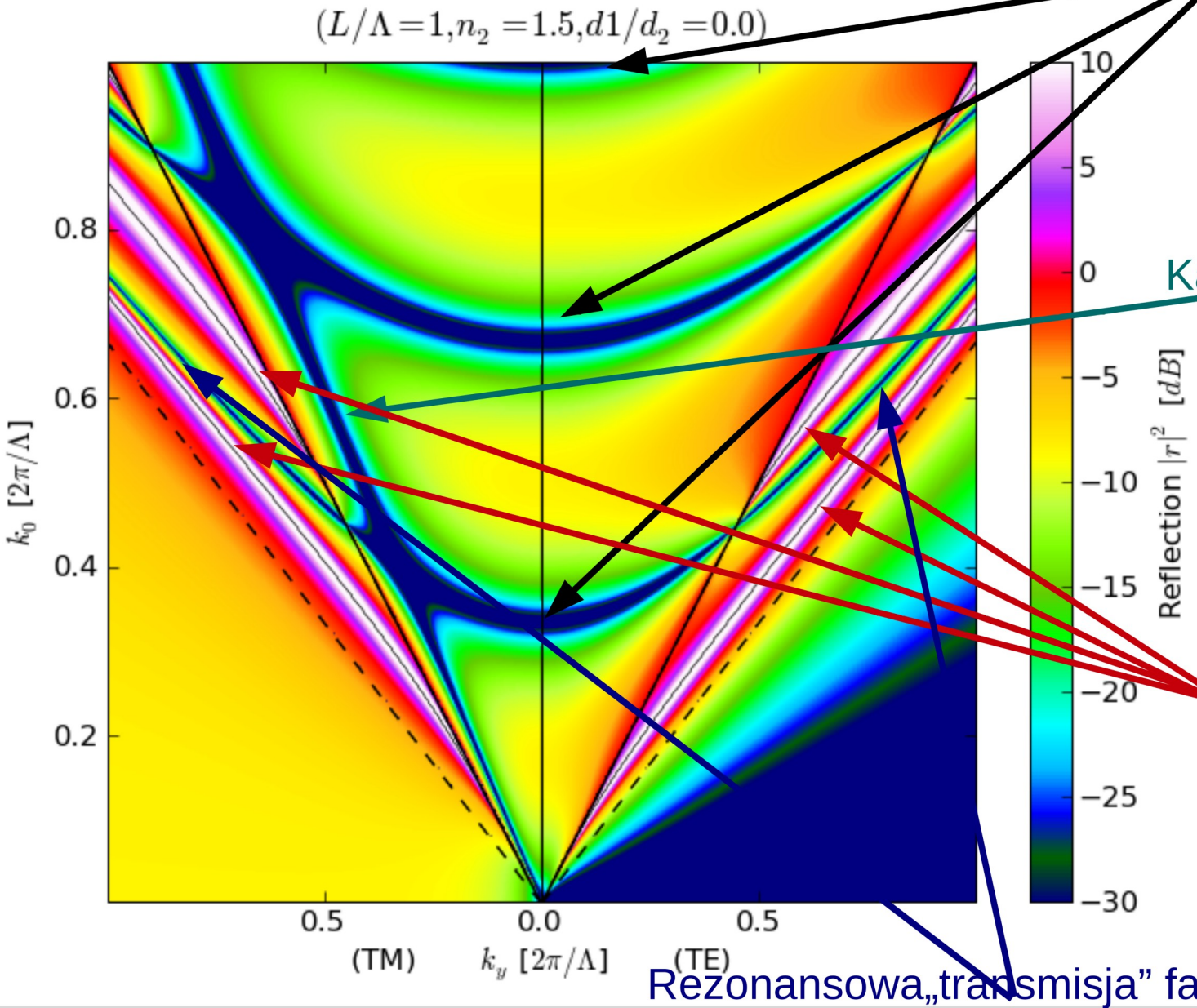
Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

Współczynnik odbicia



Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

Współczynnik odbicia



Rezonanse Fabry-Pérot

Kąt Brewstera

Mody falowodowe

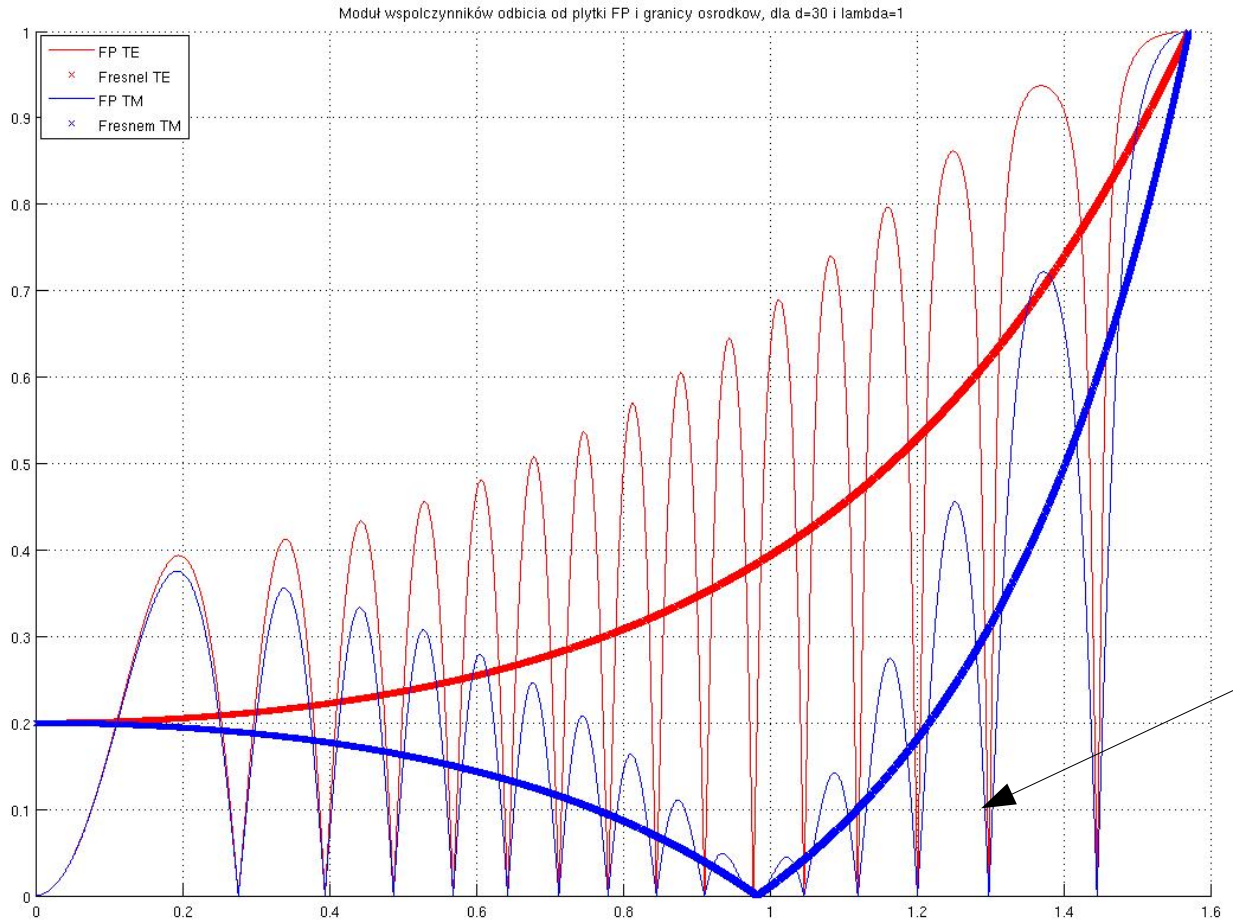
$$n_{clad} < n_{eff} < n_{core}$$

$$n_{eff}(\lambda) = k_y / k_0$$

Rezonansowa „transmisja” fali ewanescentnej

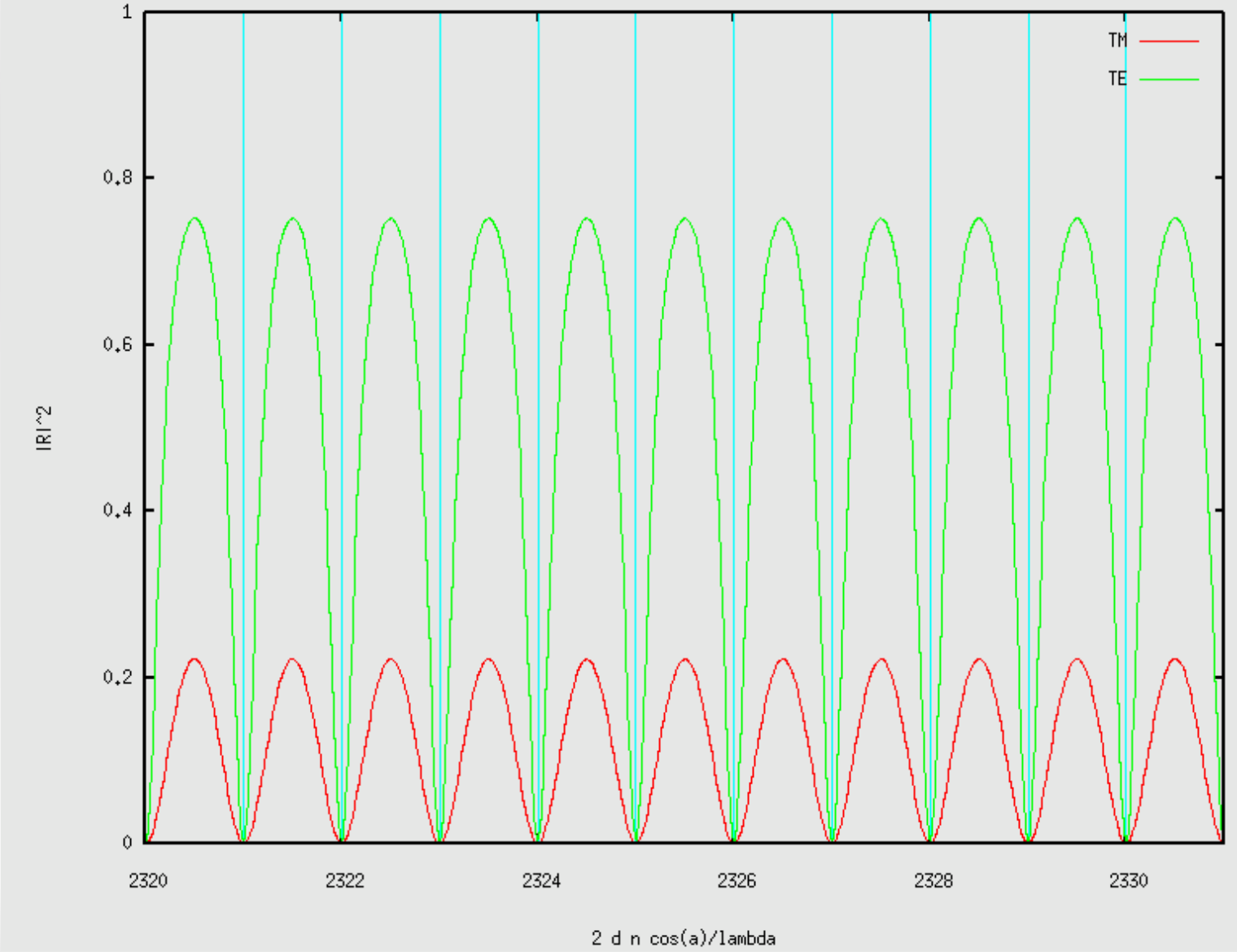
Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)

Cienka powierzchnia: (np. bańka mydlana)

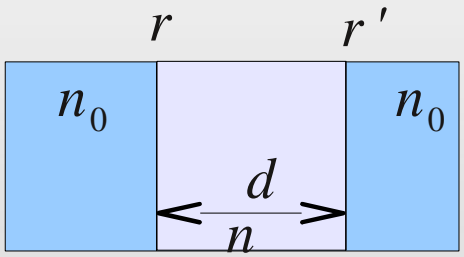


$$2d\cos\theta = m\lambda / n_1$$

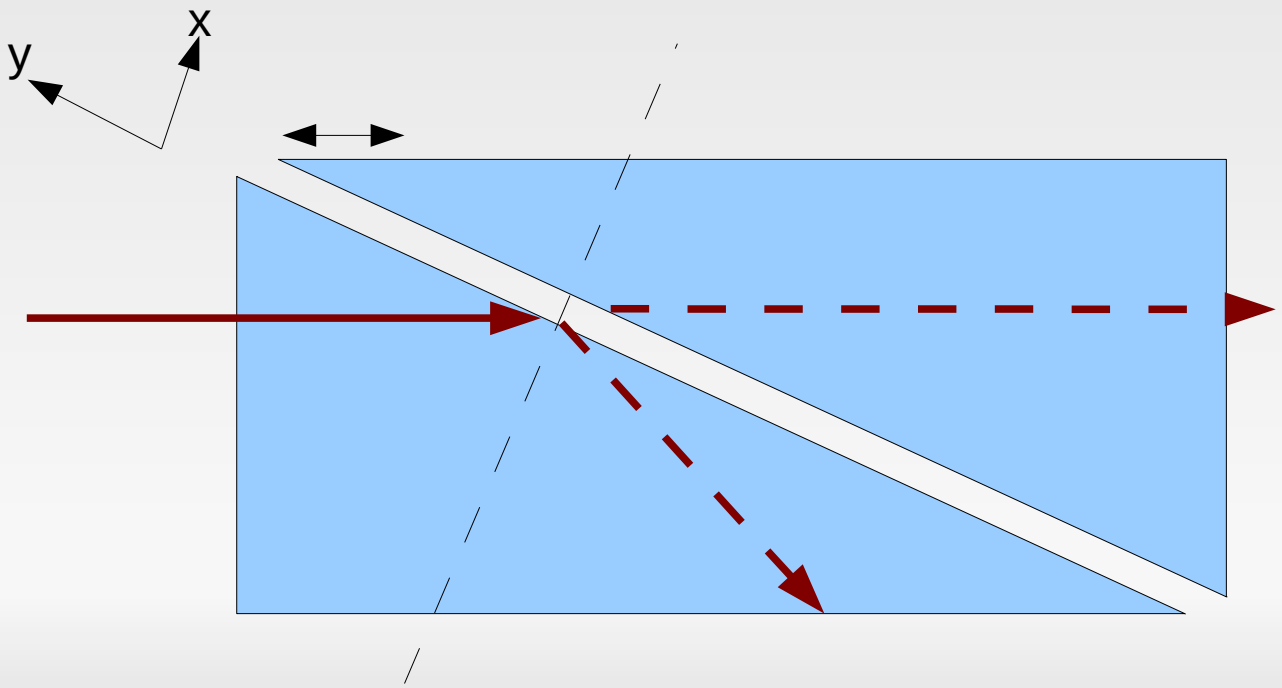
Przykład: warstwa dielektryka (interferometr Fabry-Pérot)



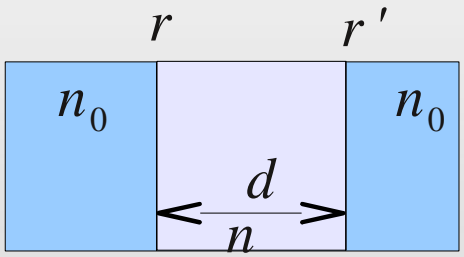
Przykład: warstwa powietrza - warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)



$n_0 > n$ $\quad |r|^2 = 1$ $\quad k_y \neq 0$



Przykład: warstwa powietrza - warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)

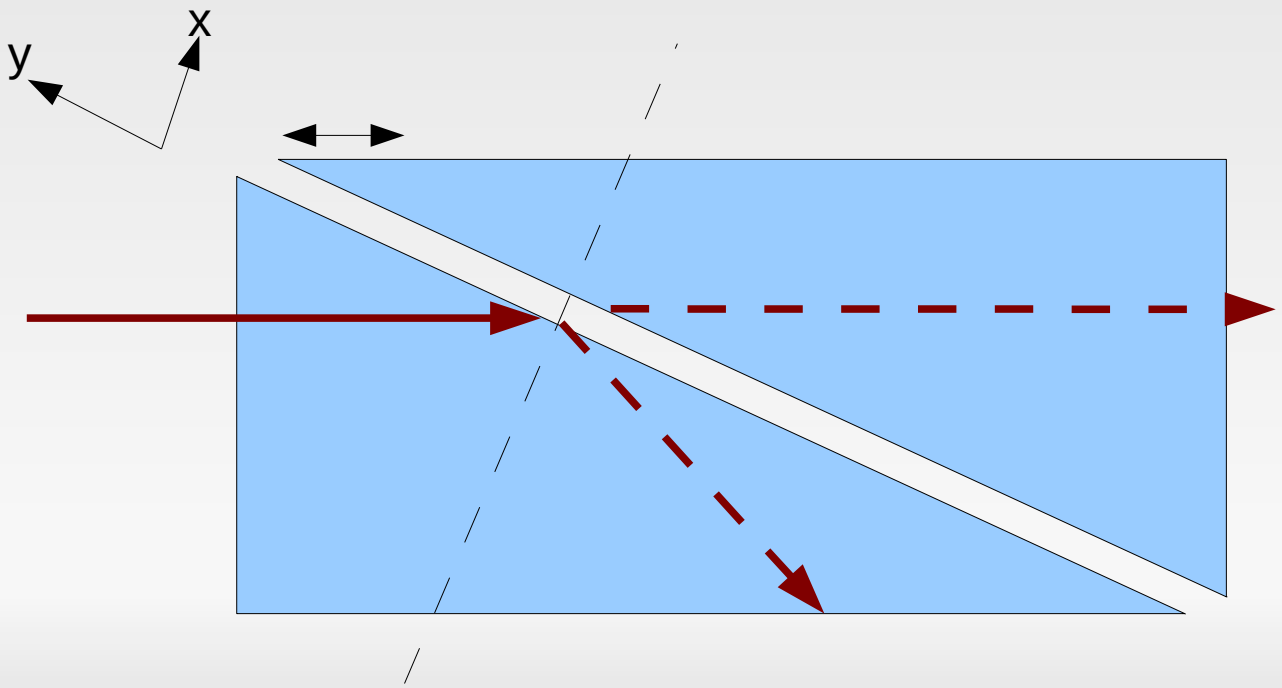


$n_0 > n$

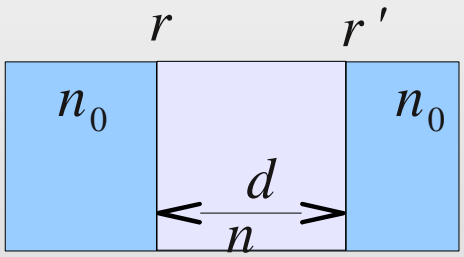
$$|r|^2 = 1$$

$$r = \exp(i\rho), \rho \in R$$

$$i\phi = i \cdot k_x \cdot d = -d \cdot \sqrt{k_y^2 - k_0^2 \cdot n^2} = -\kappa d < 0$$



Przykład: warstwa powietrza - warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)



$n_0 > n$

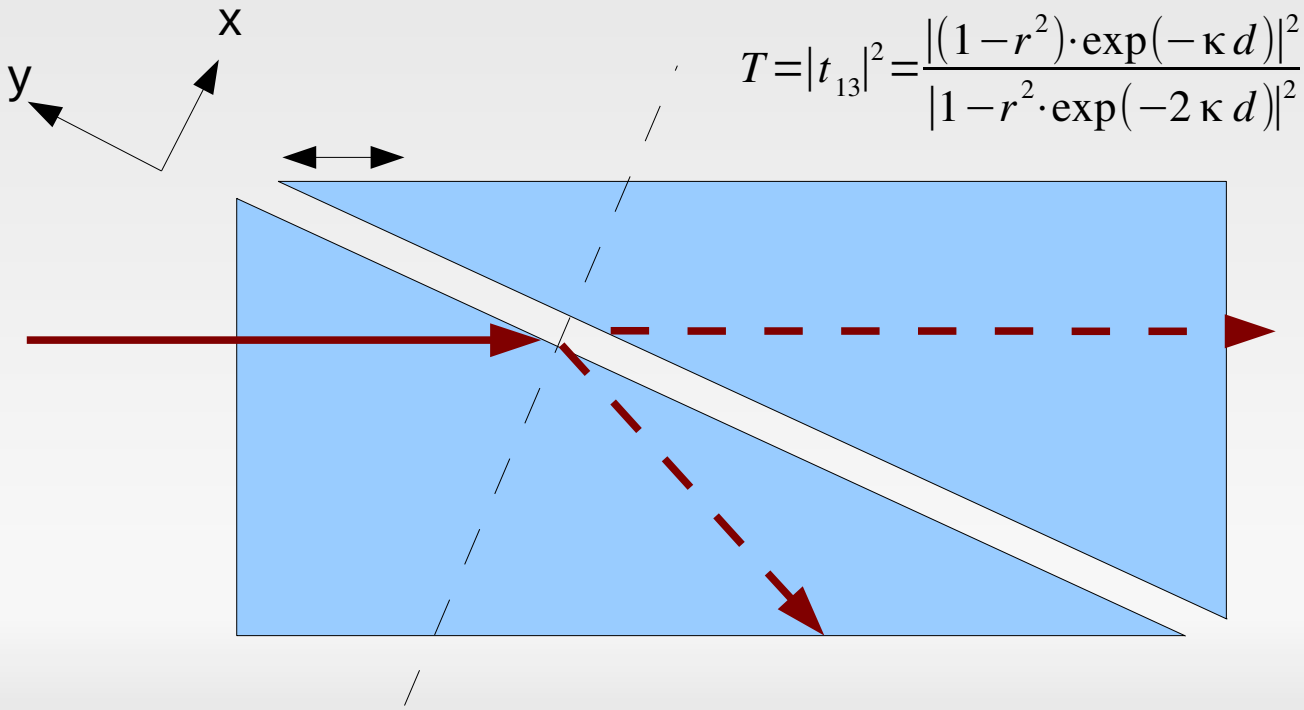
$$|r|^2 = 1$$

$$r = \exp(i\rho), \rho \in R$$

$$t_{13} = \frac{(1-r^2)\cdot\exp(i\phi)}{1-r^2\cdot\exp(2i\phi)}$$

$$-r_{13} = \frac{r\cdot(1-\exp(2i\phi))}{1-r^2\cdot\exp(2i\phi)}$$

$$i\phi = i\cdot k_x \cdot d = -d\cdot\sqrt{k_y^2 - k_0^2\cdot n^2} = -\kappa d < 0$$



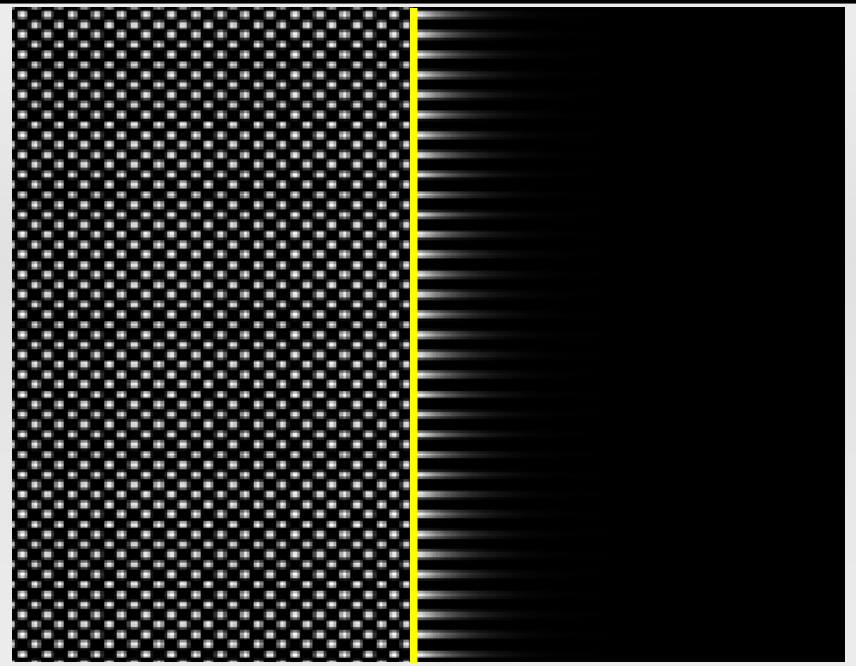
$$T = |t_{13}|^2 = \frac{|(1-r^2)\cdot\exp(-\kappa d)|^2}{|1-r^2\cdot\exp(-2\kappa d)|^2}$$

Przykład: warstwa powietrza - warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)

$H_z(TM)$

$d = +\infty, \quad \lambda = 0.5\,\mu m$

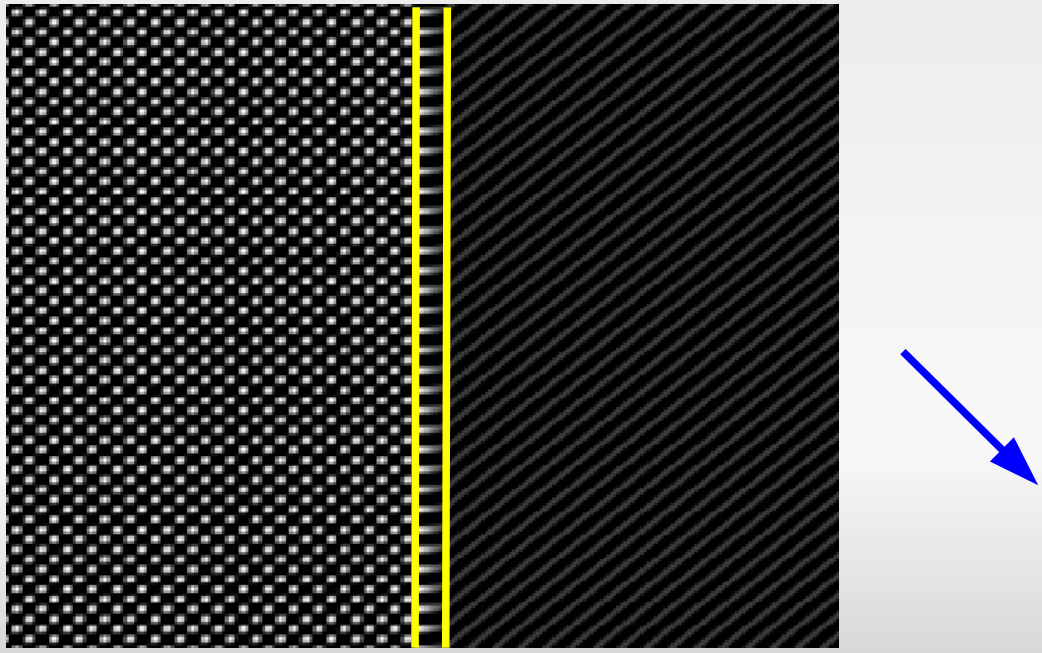
$\theta^I = 0.245\,\pi$



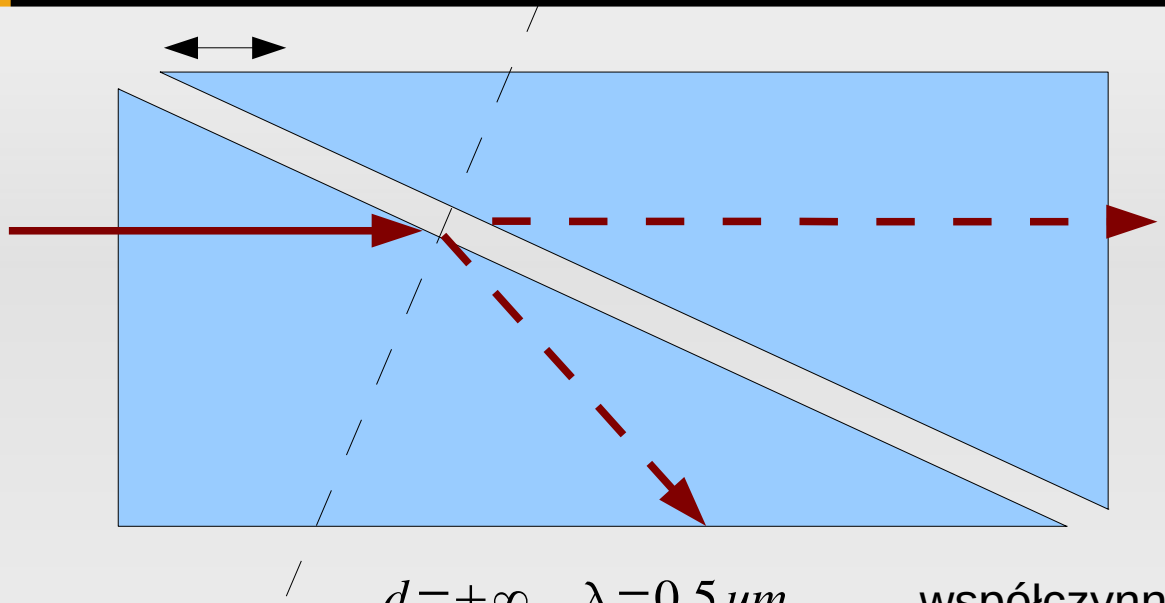
$H_z(TM)$

$d = \lambda = 0.5\,\mu m$

$\theta^I = 0.245\,\pi$

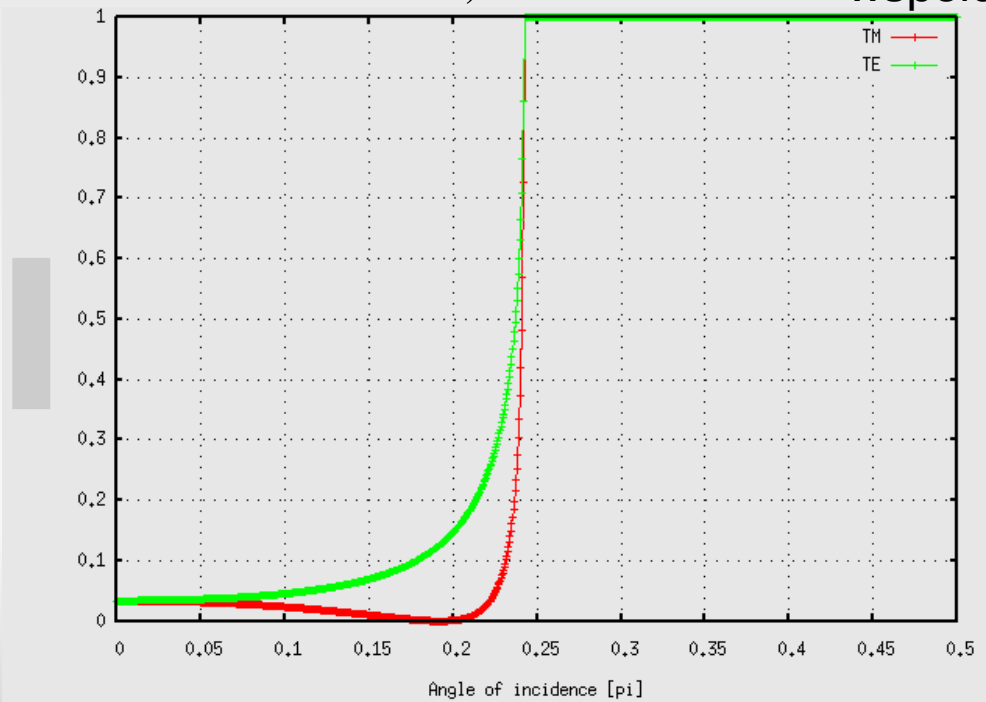


Przykład: warstwa powietrza - warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)

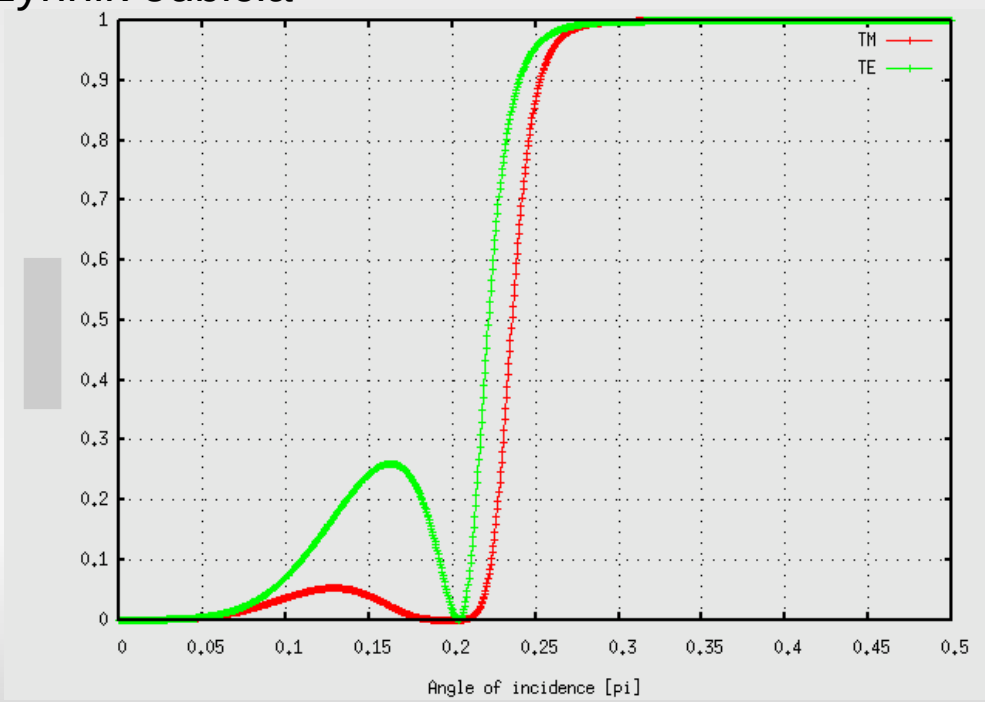


$d = +\infty, \quad \lambda = 0.5\,um$

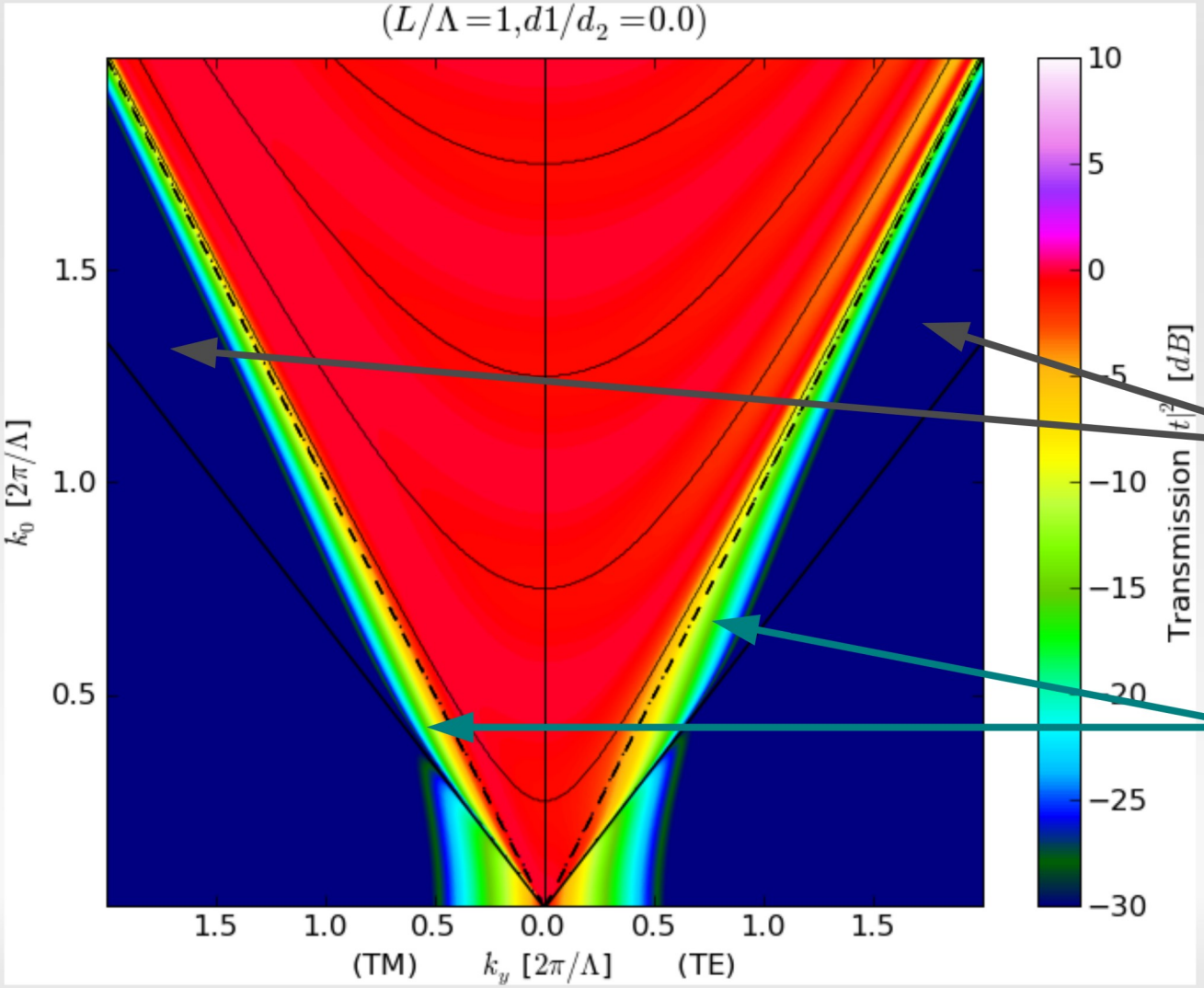
współczynnik odbicia

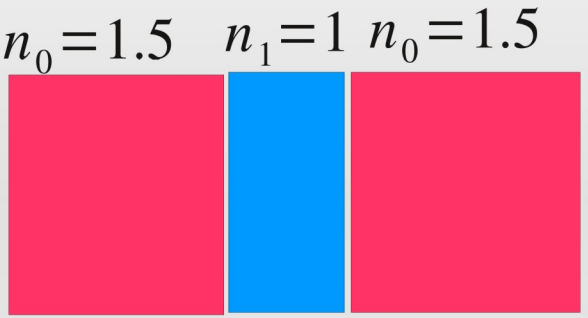


$d = \lambda = 0.5\,um$



Przykład: warstwa powietrza między płytkami szklanymi- warunki całkowitego wewnętrznego odbicia (tunelowanie)





$\Lambda \equiv d$

Całkowite wewnętrzne odbicie

Tunelowanie