Metody Obliczeniowe Mikrooptyki i Fotoniki

Kod USOS: 1103-4Fot24

Wykład (30h)**:**
R. Kotyński
Wtorki 9:15-11:00, s.1.38 lub B4.17(ul. Pasteura 5)

Ćwiczenia (45h)**:**
Wtorki, w godz. 14.15-16.30, s.1.27 lub B4.17 (ul. Pasteura 5)

Kontakt:
Rafał Kotyński - rafalk@fuw.edu.pl, 32.008, pok. B4.08 (Pasteura 7)

Materiały:
https://www.igf.fuw.edu.pl/pl/courses/lectures/metody-obliczen-95-021c/

Zasady zaliczenia, potrzebne oprogramowanie

Ćwiczenia:

Zadania numeryczne: **(Matlab**/Octave
Octave http://www.gnu.org/software/octave/octave.html ,
Python & numpy & scipy & matplotlib & sympy http://www.scipy.org ,
C++ & Eigen, Julia...**)**

Oprócz tego – programy **MEEP i MPB**
http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Meep
http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/MPB

Materiały do ćwiczeń:
https://www.igf.fuw.edu.pl/pl/courses/lectures/metody-obliczen-95-021c/

(IGF->materiały dydaktyczne-> MOMIF)

Zaliczenie:

Egzamin - na podstawie pracy numerycznej
(zadania z ćwiczeń + omówienie
+ duże samodzielnie wykonane **zadanie "na piątkę"**)

Egzamin będzie połączony z dyskusją wykonanych zadań. Warunkiem koniecznym uzyskania oceny bardzo dobrej będzie wykonanie bardziej złożonego zadania o charakterze indywidualnym.

Program wykładu

1. Podstawy optyki geometrycznej i falowej; Układy liniowe; Podstawowe rodzaje wiązek;

2. Metoda różnic skończonych - różne schematy dyskretyzacji; warunki brzegowe; warunki stabilności.

3. Metoda propagacji wiązki (BPM) -zastosowanie do opisu propagacji w układach falowodowych i do wyznaczania struktury modowej falowodów

4. Metoda FDTD (różnic skończonych zastosowana do r. Maxwella z czasem).

5. Metoda fal płaskich (PWM) - wyznacznie struktury pasmowej kryształów fotonicznych.

6. Przykłady wykorzystania powyższych metod w zagadnieniach dotyczących kryształów fotonicznych, światłowodów fotonicznych, podfalowych siatek dyfrakcyjnych i elementów plazmonicznych.

7. Układy liniowe; odpowiedź impulsowa i funkcja przenoszenia - zastosowania do obliczeń dotyczących dyfrakcji, projektowania elementów dyfrakcyjnych i holografii

PLAN ĆWICZEŃ

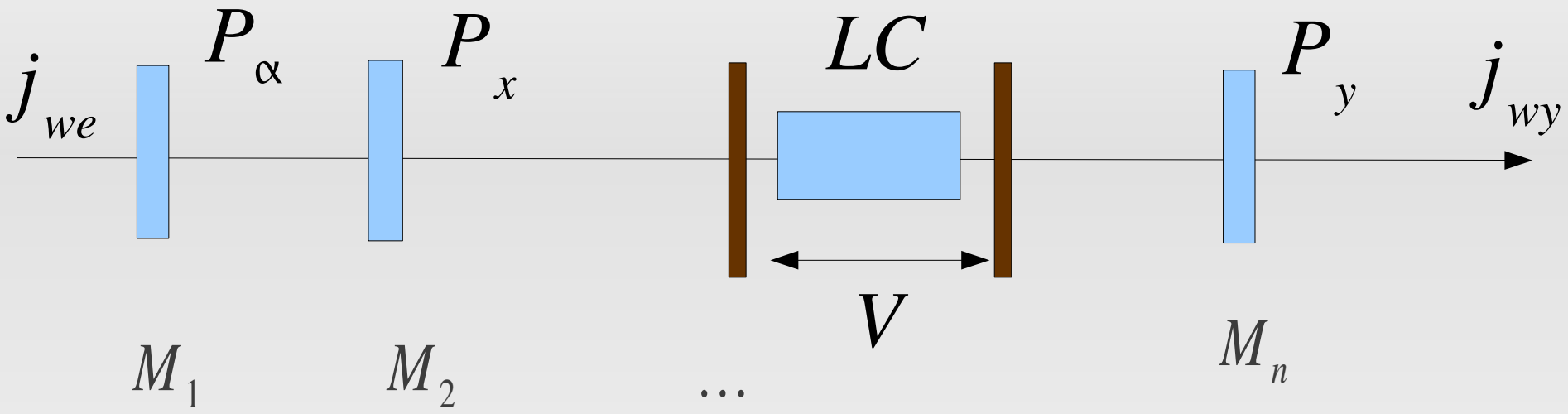
SZKÓŁKA:
PODSTAWOWE RODZAJE WIĄZEK OPTYCZNYCH
UKŁADY LINIOWE – OPIS POLARYZACJI ŚWIATŁA
UKŁADY LINIOWE – OPTYKA MACIERZOWA ABCD I OPTYKA GAUSSOWSKA
UKŁADY LINIOWE – DYFRAKCJA
UKŁADY LINIOWE – INTERFERENCJA NA CIENKICH WARSTWACH
ELEMENTY DYFRAKCYJNE (algorytm IFTA itp**)**
UKŁADY LINIOWE - DYSPERSJA

METODY BPM, FDTD, PWM, VIM, BEM:
JEDNOWYMIAROWA METODA FDTD LUB DWUWYMIAROWA BPM (Matlab ?)
METODY ADI-BPM, FDTD+UPML
METODA Finite Difference Time Domain (Program MEEP)
METODA Plane Wwae Method (Program MPB)
METODA Volume Integral Equation Solver (BUFF-EM)
METODA Boundary Element Method (SCUFF-EM)

ELEMENTY OPTYKI TRANSFORMACYJNEJ

PROBLEMY ZAAWANSOWANE:
KRYSZTAŁY FOTONICZNE, ŚWIATŁOWODY I ŚWIATŁOWODY FOTONICZNE, ELEMENTY PLAZMONIKI, METAMATERIAŁY OPTYCZNE

Opis macierzowy stanu polaryzacji światła w układzie



j_{we}, j_{wy} Wektory Jonesa (lub Stokesa)

$M_{P_x}, M_{P_y}, M_{P_\alpha}, M_{LCD}$ Macierze Jonesa (lub Muellera)

$$M_{wyp} = M_n \cdot M_{n-1} \ldots \cdot M_1$$

Wektor Jonesa

$$\boldsymbol{E}(z,t) = Re\left(\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \exp\left(i\left[k\,z - \omega\,t\right]\right)\right)$$

Wektor Jonesa: $\boldsymbol{j} \equiv \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$

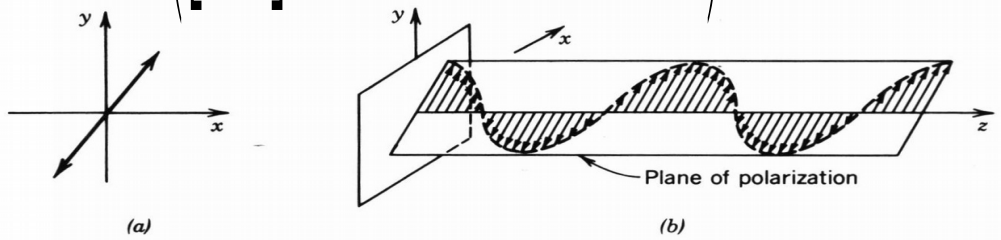


Figure 6.1-2 Linearly polarized light. (*a*) Time course at a fixed position z. (*b*) A snapshot (fixed time t).

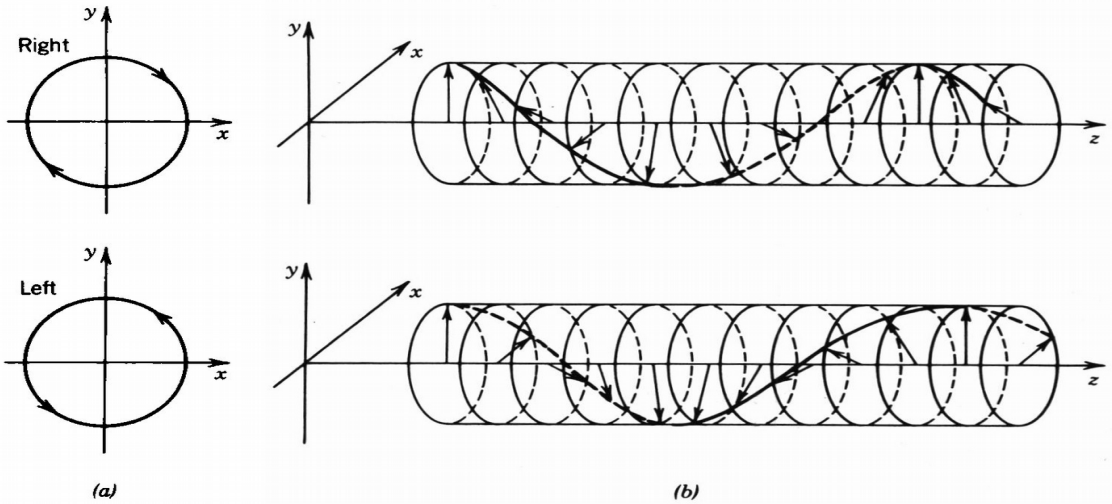
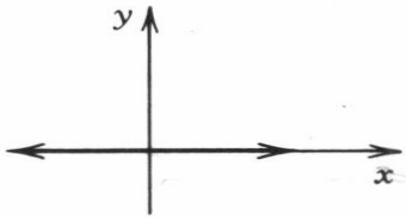
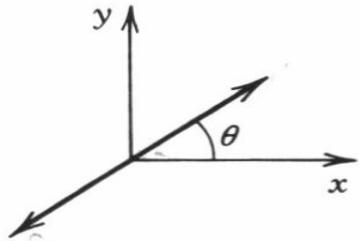
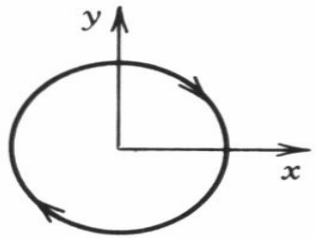
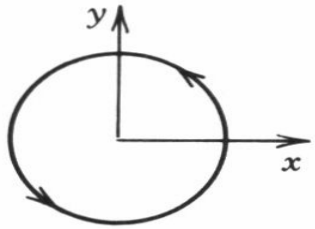


Figure 6.1-3 Trajectories of the endpoint of the electric-field vector of a circularly polarized plane wave. (*a*) Time course at a fixed position z. (*b*) A snapshot (fixed time t). The sense of rotation in (*a*) is opposite that in (*b*) because the traveling wave depends on $t - z/c$.

- B. Saleh, M. Teich, Fundamentals of Photonics, John Wiley & Sons, 1991

Notacja Jonesa opisu stanu polaryzacji

TABLE 6.1-1 Jones Vectors

Polaryzacja liniowa w kierunku **x**	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Polaryzacja liniowa pod zadanym kątem do kierunku **x**	$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$	
Prawoskrętna polaryzacja kołowa	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$	
Lewoskrętna polaryzacja kołowa	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	

Notacja Jonesa opisu stanu polaryzacji

Wektor Jonesa:

$$j \equiv \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$$

Przykłady baz:

Polaryzacje liniowe

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Polaryzacje kołowe

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right\}$$

Natężenie:

$$I = |j|^2 = |a_x|^2 + |a_y|^2$$

Przesunięcie fazowe:

$$\Delta\phi = arg(a_y) - arg(a_x)$$

Macierz koherencji

http://en.wikipedia.org/wiki/Stokes_parameters

Macierz koherencji:

$$\Psi = \left\langle E_1 \cdot E_2^{+} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} E_{1x} E_{2x}^{*} & E_{1x} E_{2y}^{*} \\ E_{1y} E_{2x}^{*} & E_{1y} E_{2y}^{*} \end{bmatrix} \right\rangle$$

Dla światła koherentnego można ją wyrazić przez wektor Jonesa:

$$\Psi = j \cdot j^{+} = \begin{bmatrix} |j_x|^2 & j_x j_y^{*} \\ j_y j_x^{*} & |j_y|^2 \end{bmatrix}$$

Wektor Stokesa

Rozkład macierzy koherencji na macierze Pauliego:

$$\Psi = \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{3} s_p \sigma_p$$

Macierze Pauliego: http://en.wikipedia.org/wiki/Pauli_matrices

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad + \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

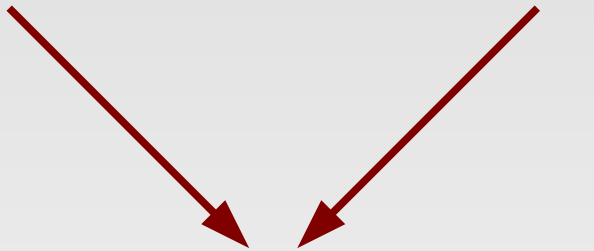
Wektor Stokesa:

$$S = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}$$

Związek między wektorem Stokesa i Jonesa

(dla światła koherentnego)

$$\Psi = j \cdot j^{+} \qquad \Psi = \frac{1}{2}\sum_{p=0}^{3} s_p \sigma_p$$

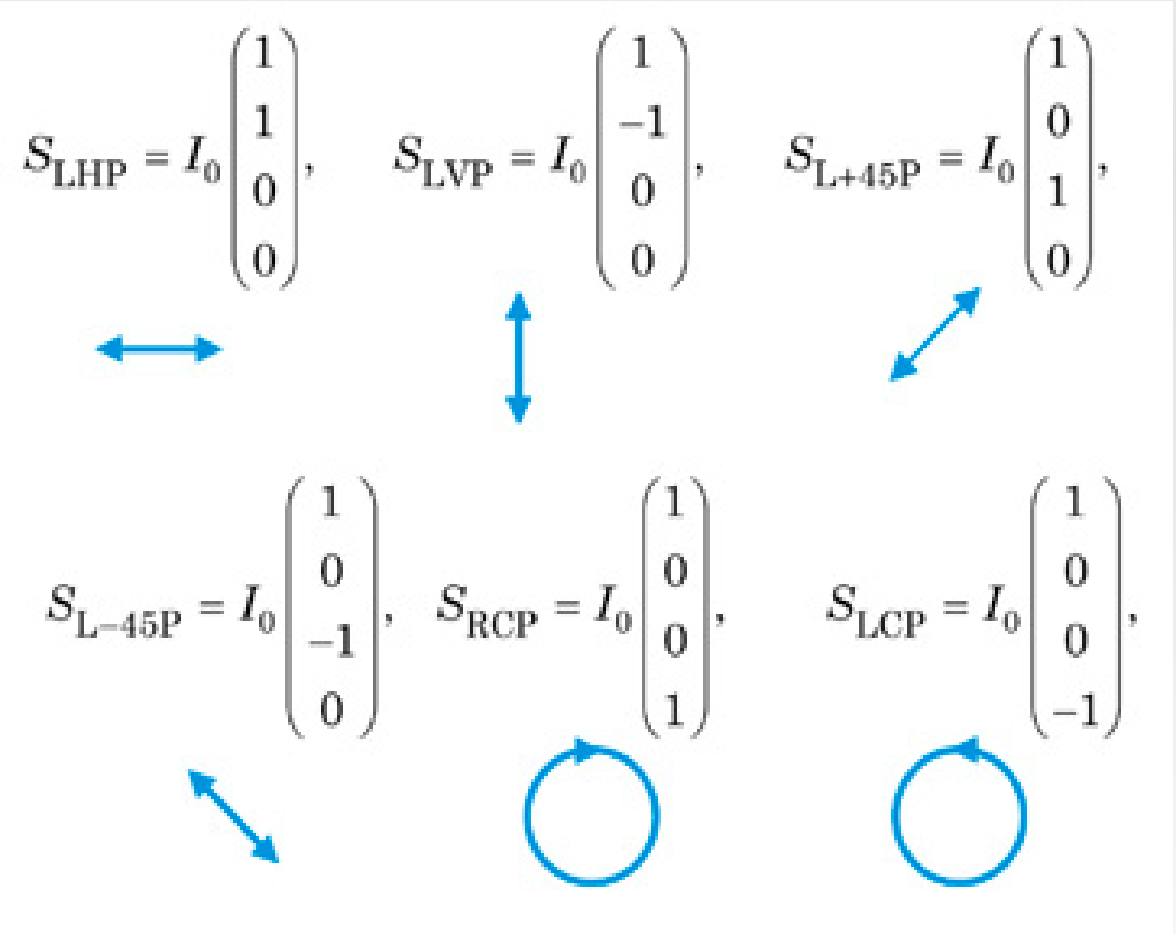


$$s_p = j^{+} \cdot \sigma_p \cdot j$$

$$s_0 = j^{+} \cdot j = |E_x|^2 + |E_y|^2$$ Natężenie

$$s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$ Równanie sfery

Wektor Stokesa



http://spie.org/x32376.xml

Sfera Poincarè

Definicja położenia na sferze Poincarè:

$$\left(\frac{s_1}{s_0}, \frac{s_2}{s_0}, \frac{s_3}{s_0} \right)$$

Parametry Stokesa a polaryzacje liniowe xy, liniowe (45 stopni -ab) i kołowe (lr):

$$\begin{aligned} I &\equiv |E_x|^2 + |E_y|^2, \\ &= |E_a|^2 + |E_b|^2, \\ &= |E_l|^2 + |E_r|^2, \\ Q &\equiv |E_x|^2 - |E_y|^2, \\ U &\equiv |E_a|^2 - |E_b|^2, \\ V &\equiv |E_l|^2 - |E_r|^2, \end{aligned}$$

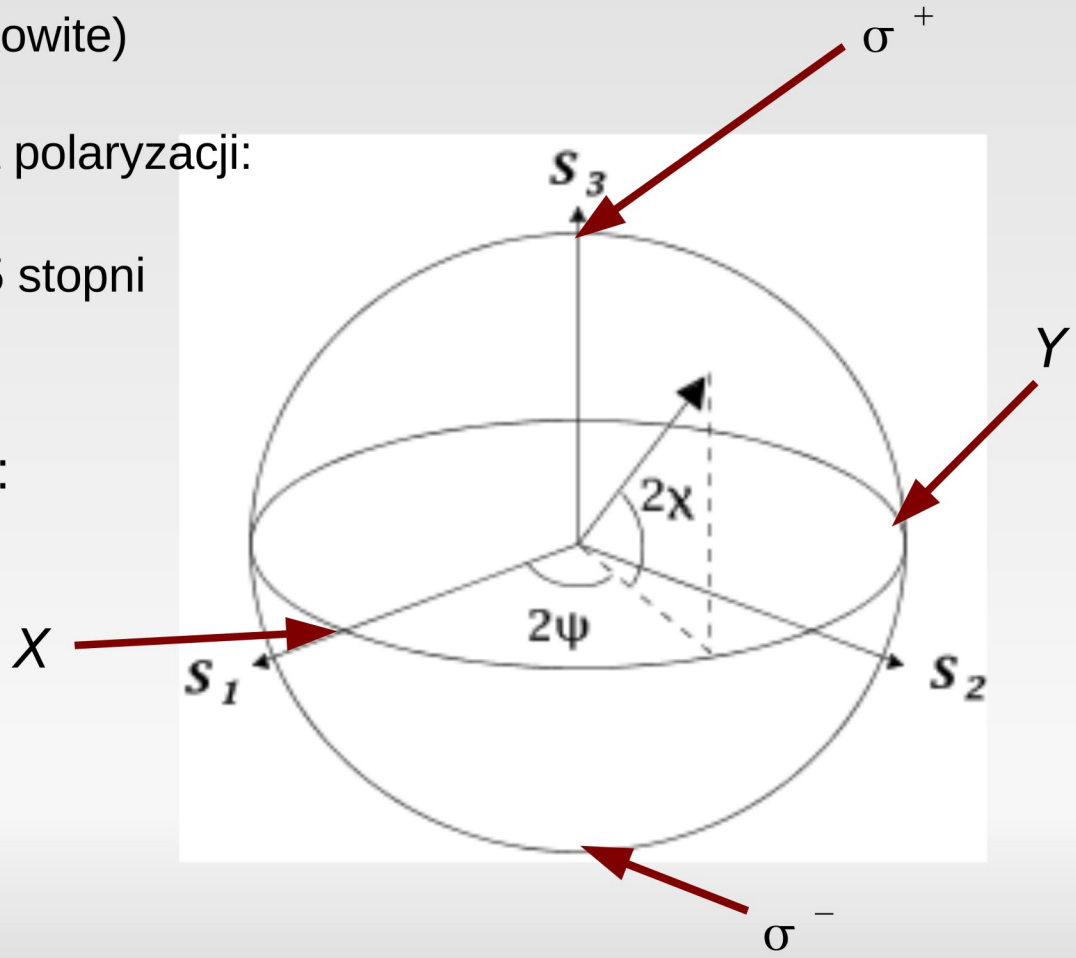
(S0) Natężenie (całkowite)

Różnice natężeń dla polaryzacji:

- (S1) liniowych x/y
- (S2) liniowych +-45 stopni
- (S3) kołowych

Parametry Stokesa w układzie sferycznym:

$$\begin{aligned} S_0 &= I \\ S_1 &= Ip\cos 2\psi \cos 2\chi \\ S_2 &= Ip\sin 2\psi \cos 2\chi \\ S_3 &= Ip\sin 2\chi \end{aligned}$$



Pomiar stanu polaryzacji

Pomiar natężenia za układem płytka opóźniająca-polaryzator liniowy:

$$s_1 = I(0,0) - I(\frac{\pi}{2}, 0)$$

$$s_2 = I(\frac{\pi}{4}, 0) - I(\frac{3\pi}{4}, 0)$$

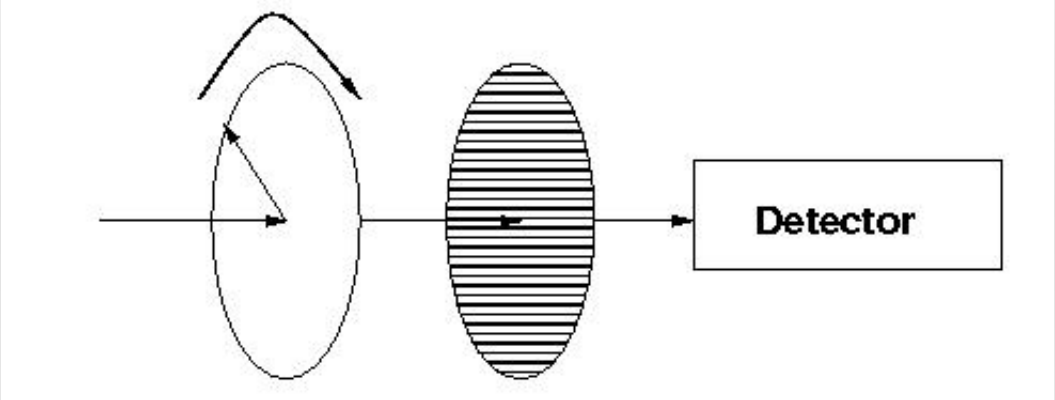
$$s_3 = I(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) - I(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

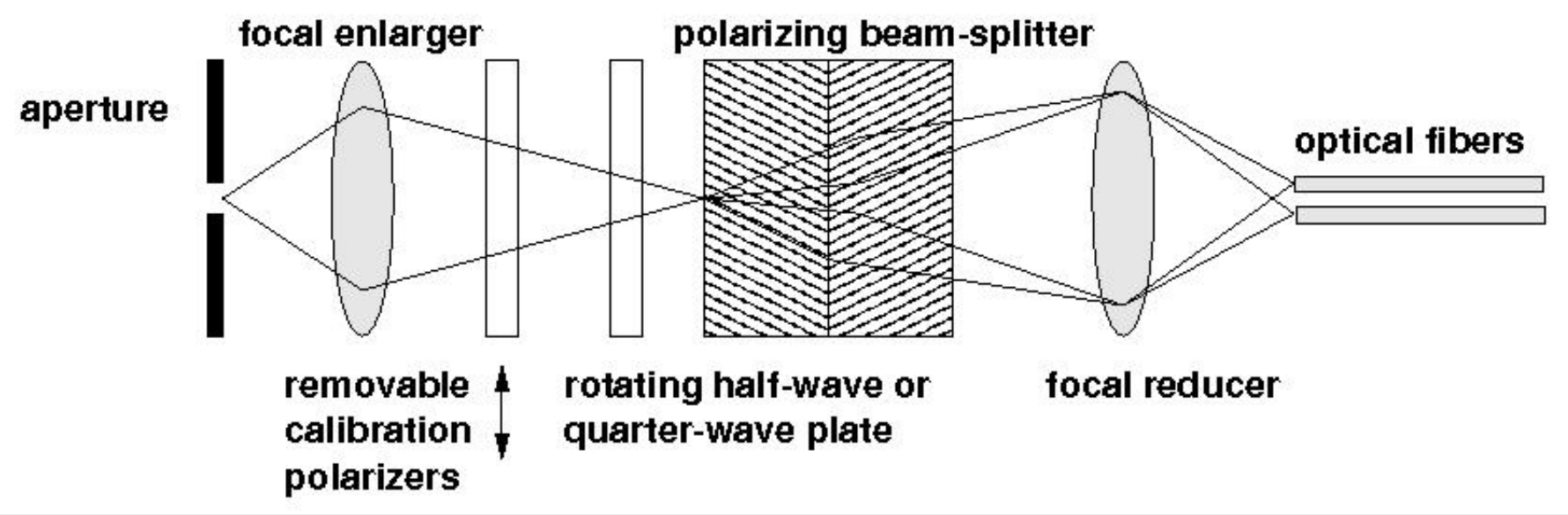
$$s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = I(0,0) + I(\frac{\pi}{2}, 0)$$

Opóźnienie

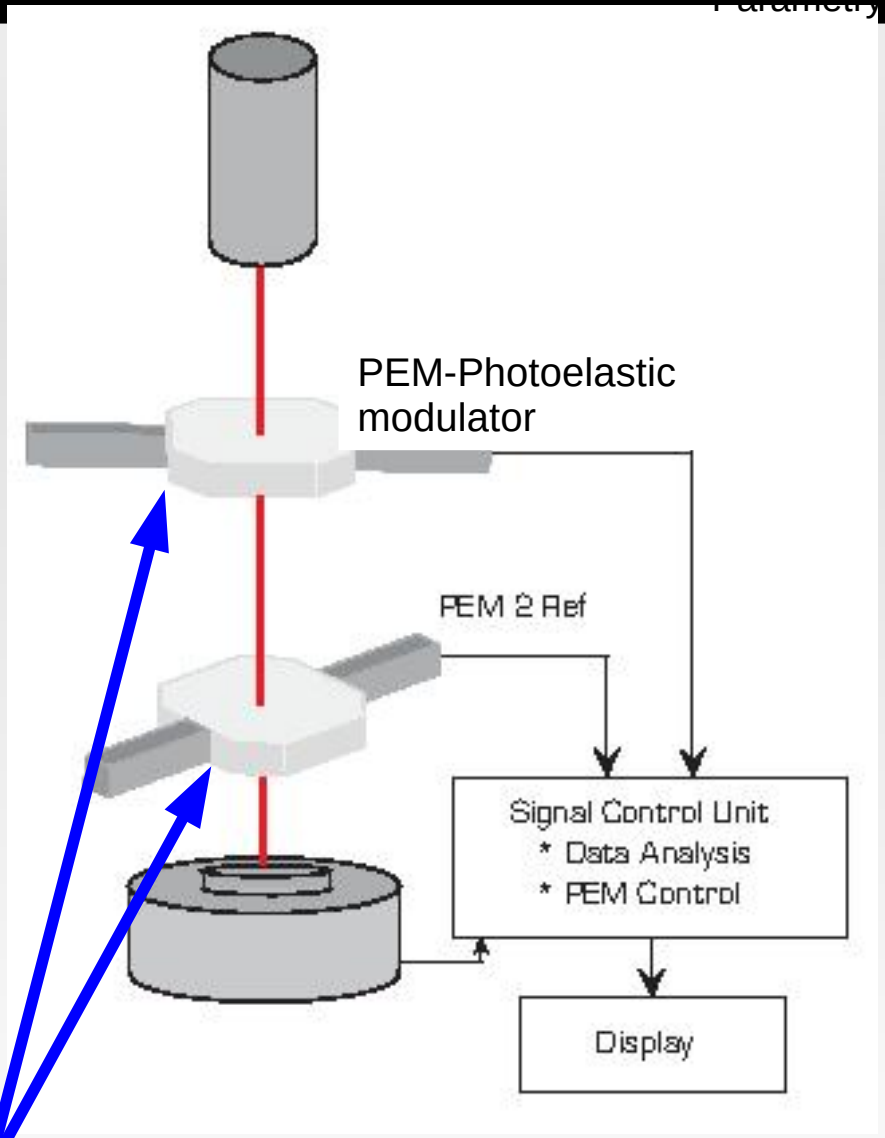
Kąt ustawienia polaryzatora

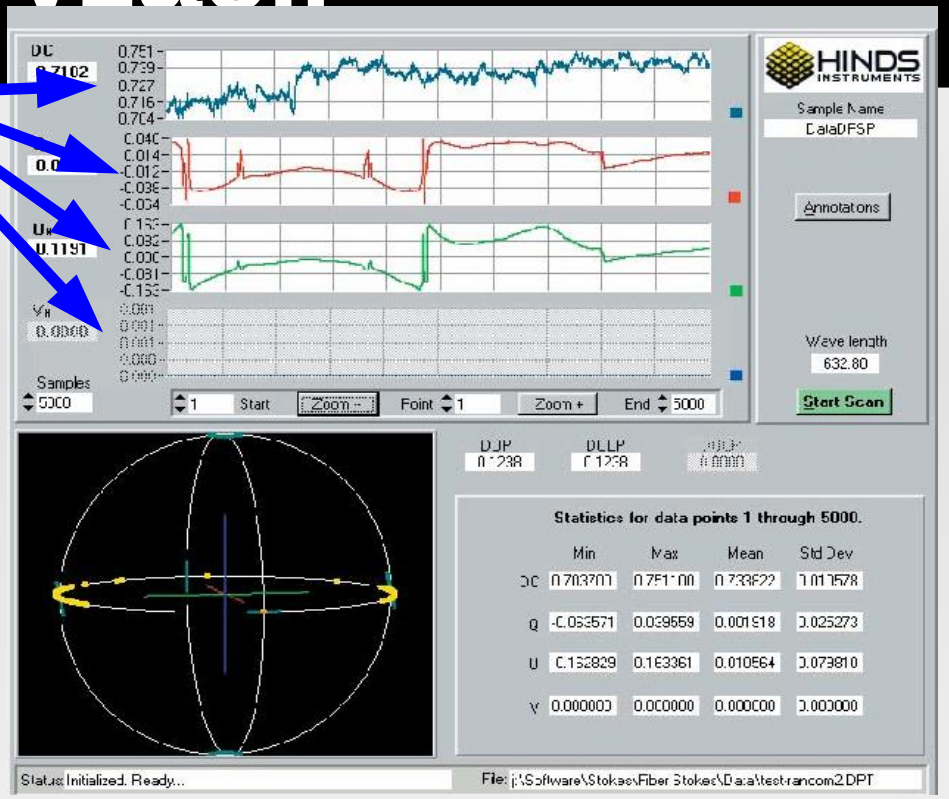
Pomiar stanu polaryzacji





Pomiar stanu polaryzacji





Elementy o periodycznie zmiennej macierzy Jonesa, np. modulatory albo wirujące polaryzatory

Macierze Muellera

linear horizontal polarizer	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$
linear vertical polarizer	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$
linear polarizer at $+45°$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$
linear polarizer at -45°	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$

quarter-wave plate, fast axis vertical	$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$
quarter-wave plate, fast axis horizontal	$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{bmatrix}$
circular polarizer, right-handed	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$
circular polarizer, left-handed	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

Macierz obrotu:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos(2\psi) & \sin(2\psi) & 0\\ 0 & -\sin(2\psi) & \cos(2\psi) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

http://en.wikipedia.org/wiki/Mueller_calculus

Stan polaryzacji w ośrodku dwójłomnym (np. w światłowodzie dwójłomnym)

Rozpatrzmy jak zmienia się stan polaryzacji wzdłuż światłowodu dwójłomnego, jeśli wprowadziliśmy światło do obu polaryzacji modu podstawowego (albo dowolnego modu LP):

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\Re\left(\begin{matrix}A_x\exp\left(i\left(\beta_x z-\omega t\right)\right)\\A_y\exp\left(i\left(\beta_y z-\omega t\right)\right)\end{matrix}\right)\Psi(x,y)=$$

$$=\Re\left(\begin{matrix}A_x\exp\left(i z\Delta\beta\right)\\A_y\end{matrix}\right)\Psi(x,y)\exp\left(i\left(\beta_y z-\omega t\right)\right)$$

stan polaryzacji

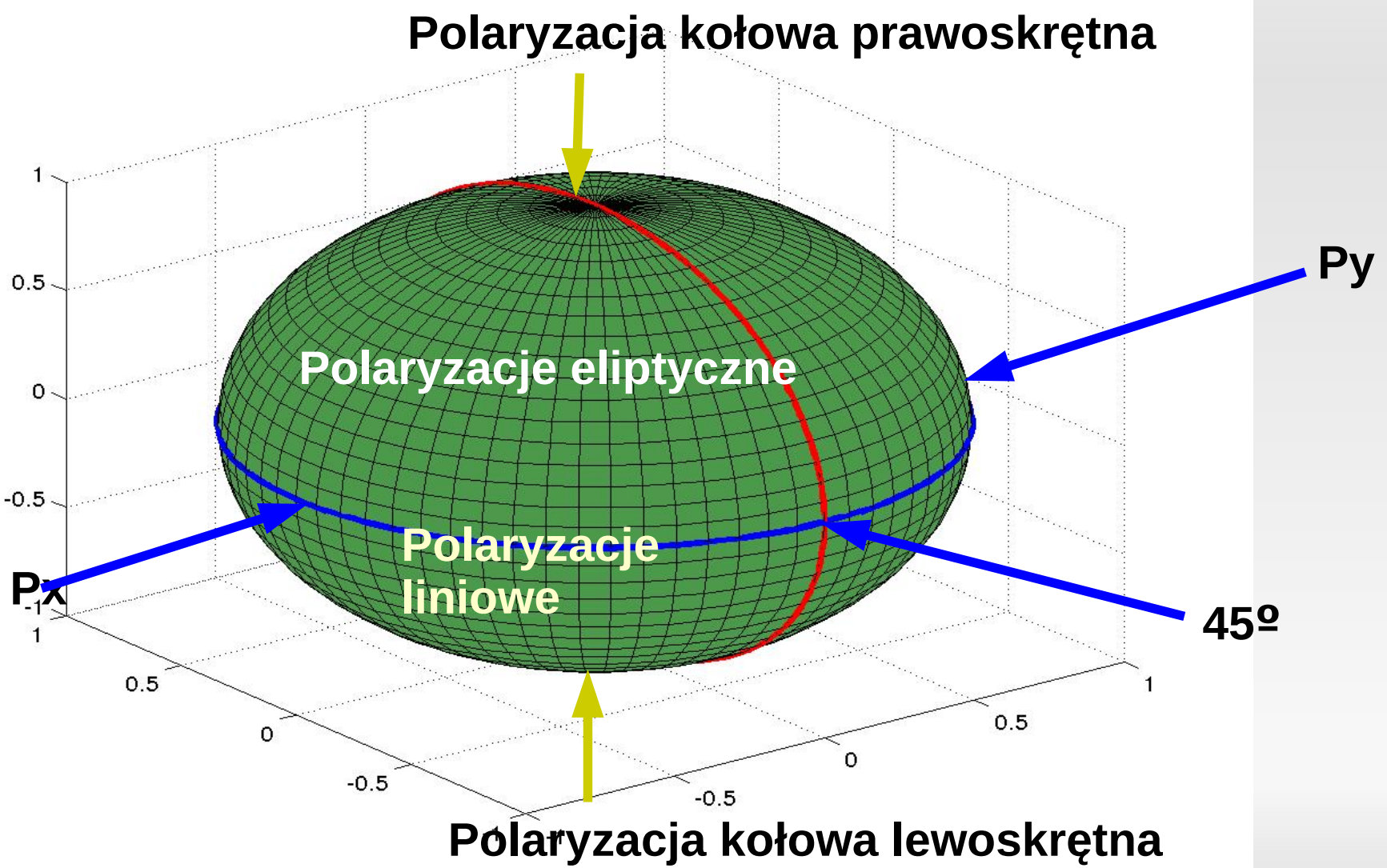
Dwójłomność: $\Delta\beta=k_0 B=\beta_x-\beta_y=k_0(n_x-n_y)$

Droga zdudnień: $L_B=2\pi/\Delta\beta$

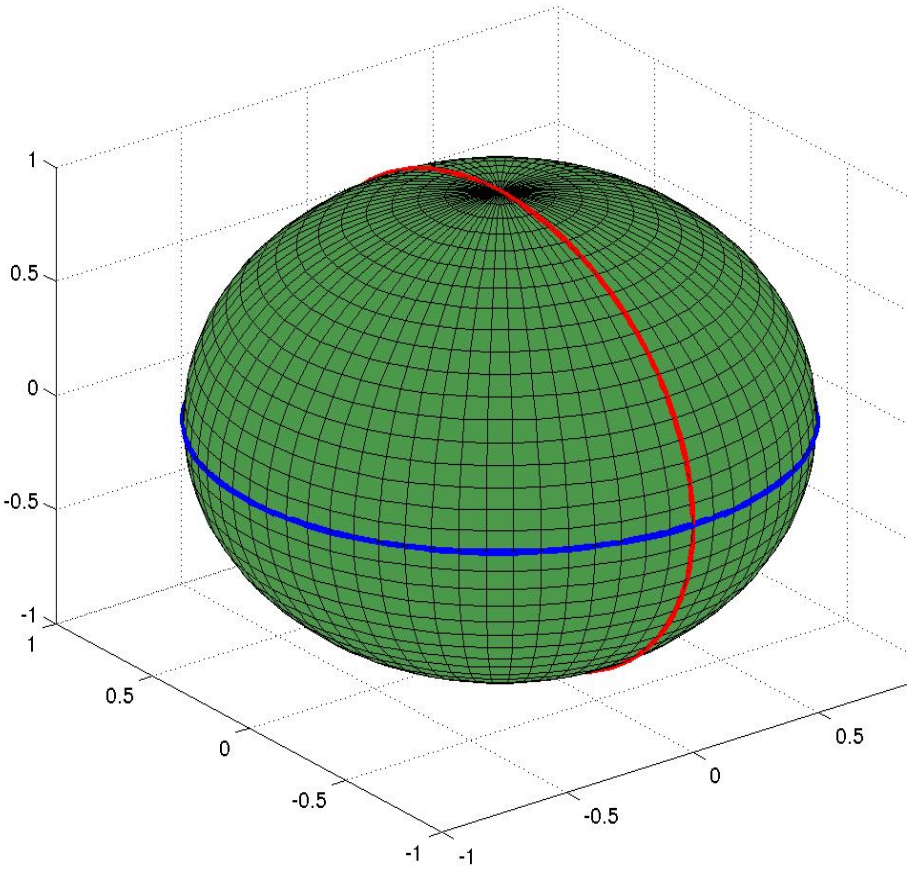
Natężenie pozostaje stałe (nie ma interferencji):

$$I_z(x,y)=\left(|A_x|^2+|A_y|^2\right)\cdot|\Psi(x,y)|^2$$

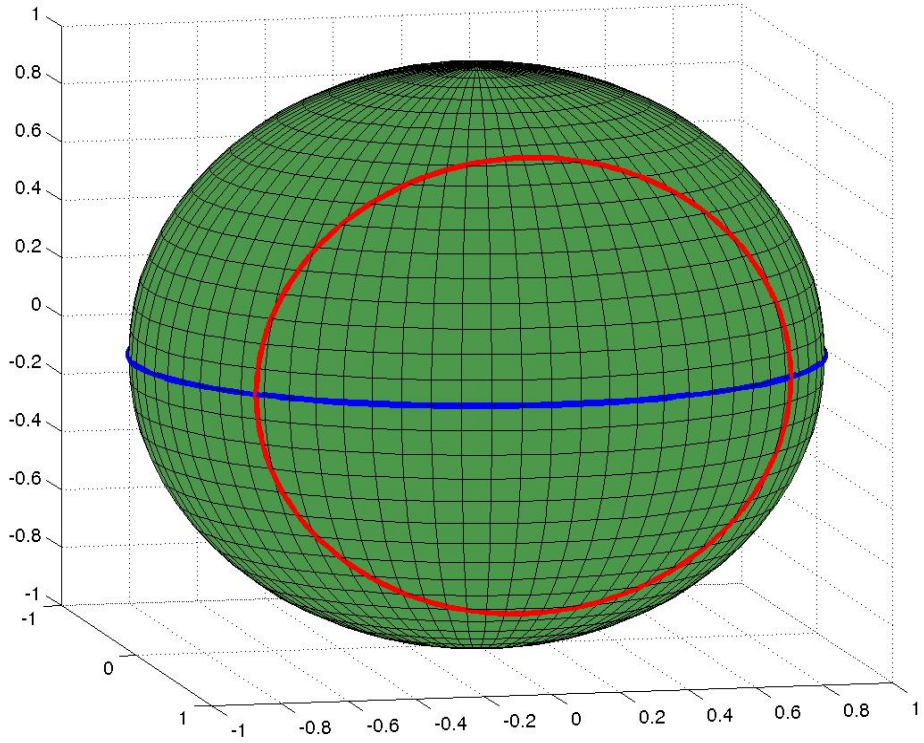
Stan polaryzacji w światłowodzie dwójłomnym



Stan polaryzacji w światłowodzie dwójłomnym

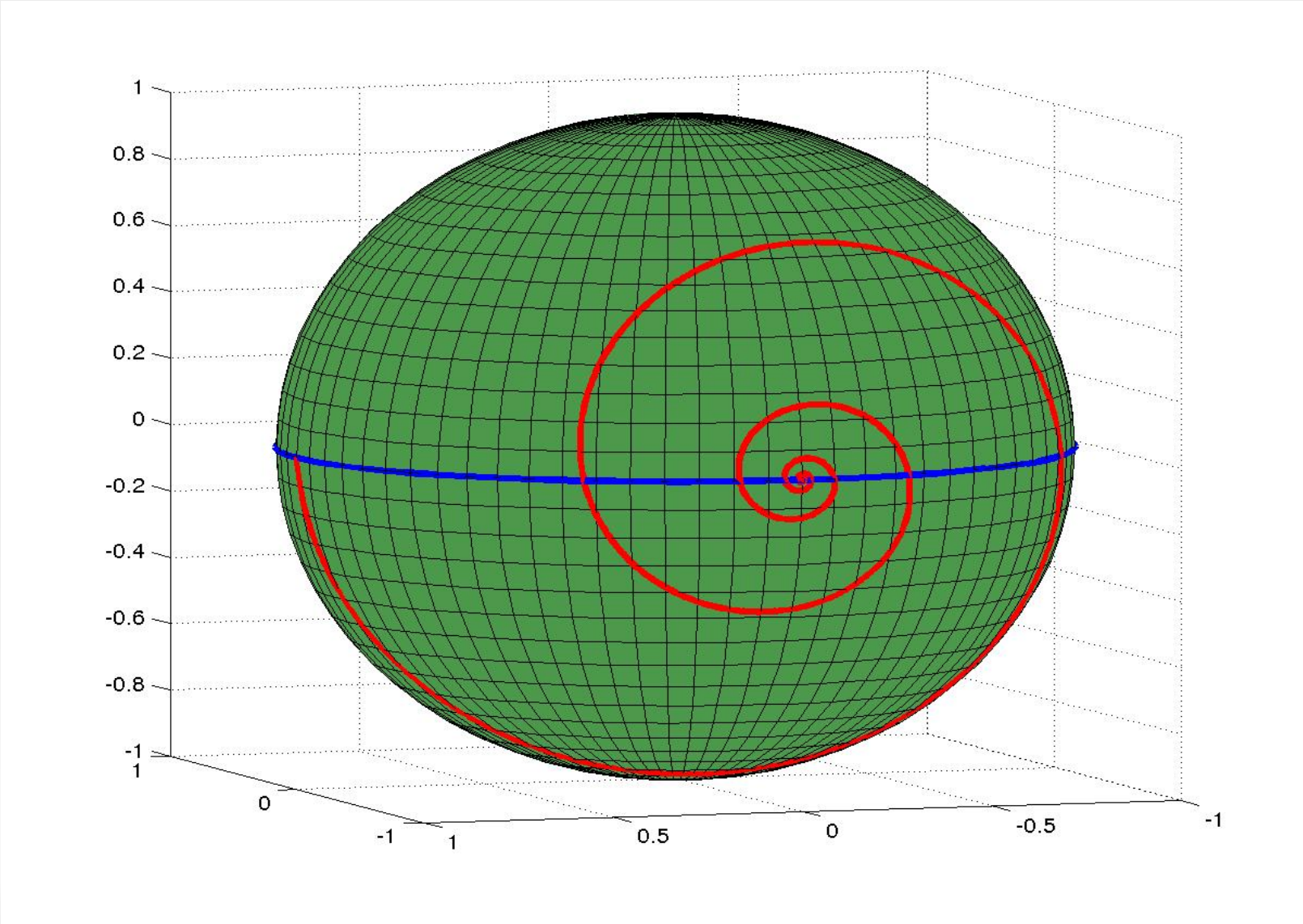


Kąt wprowadzenia światła 45º



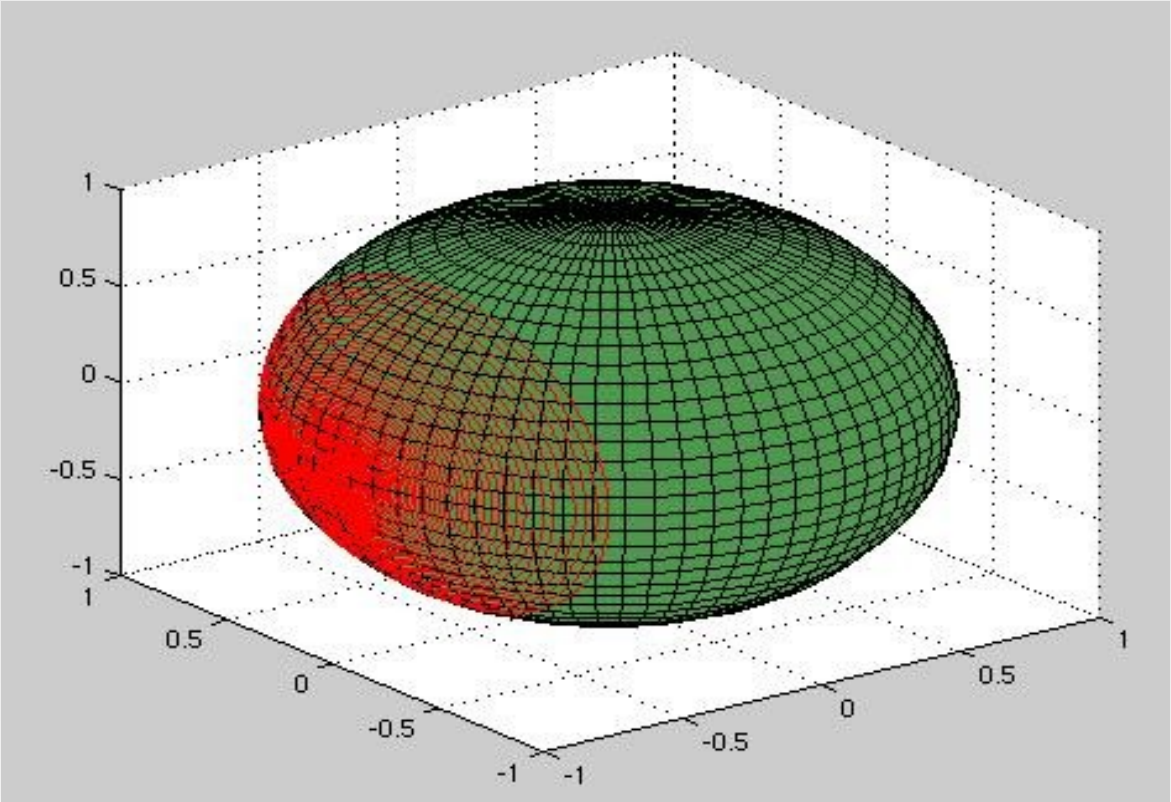
Inny kąt wprowadzenia

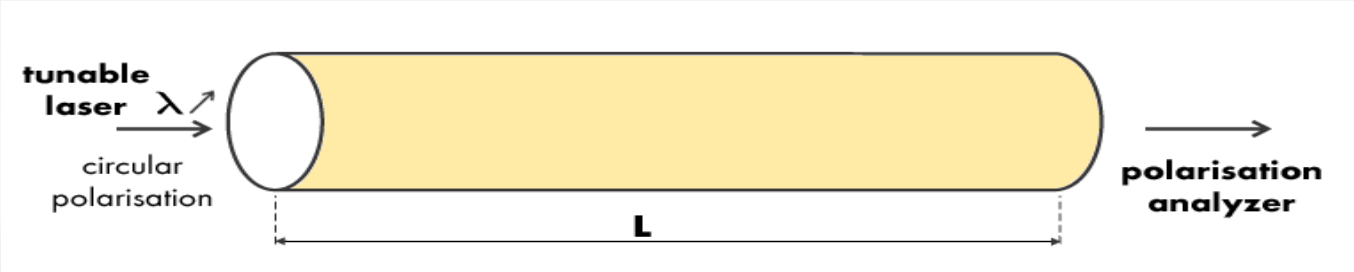
Stan polaryzacji w światłowodzie dwójłomnym



Jedna z polaryzacji stratna. Kąt wprowadzenia światła 45º

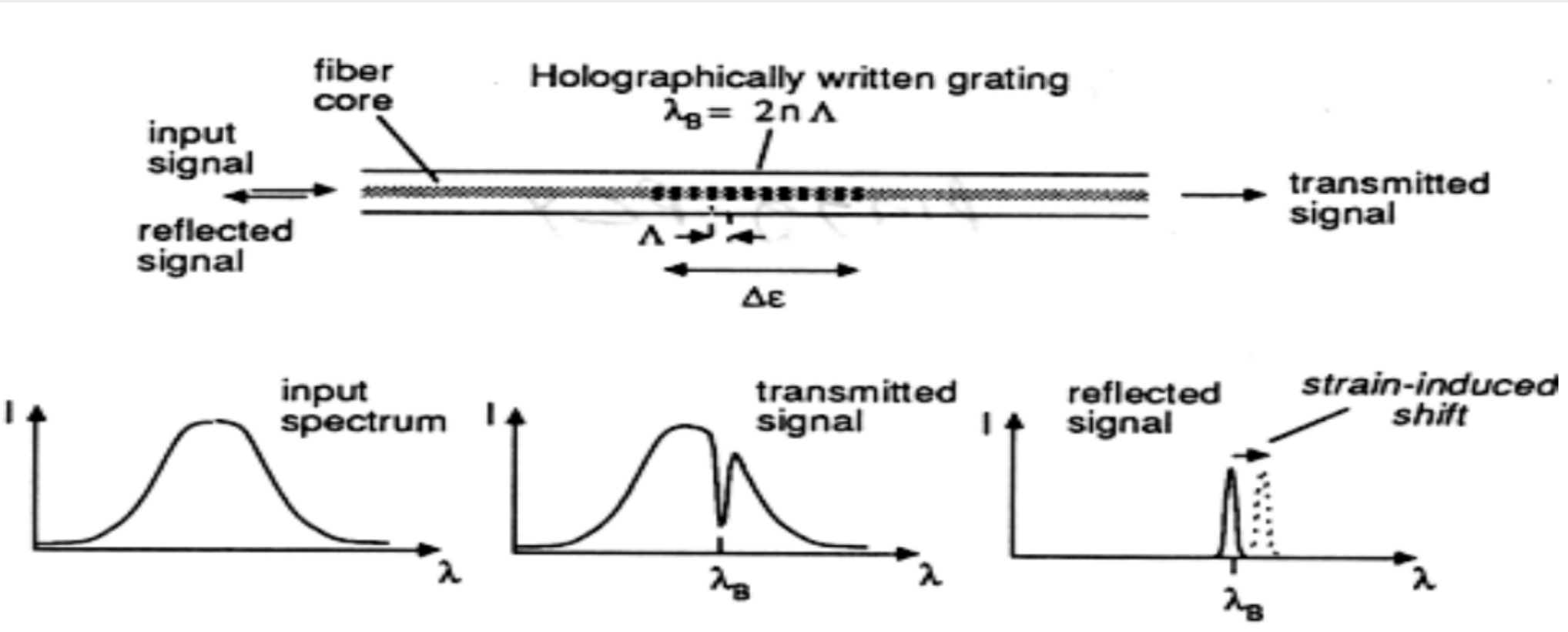
Przykład: pomiar dwójłomności grupowej w światłowodzie



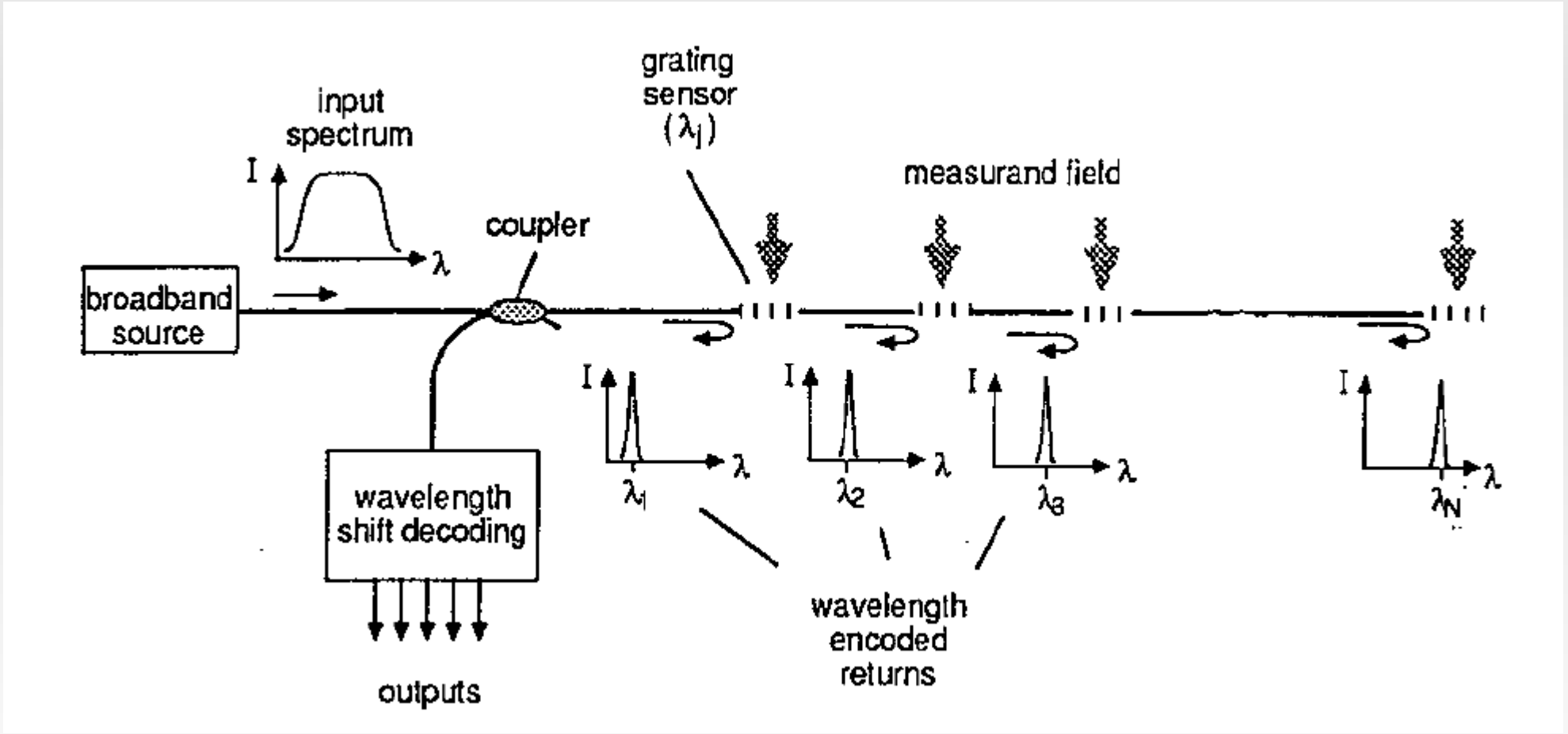


$$\frac{d\Phi}{d\lambda} = \frac{-2\pi L}{\lambda^2}\left[B - \lambda \underbrace{\frac{dB}{d\lambda}}_{G}\right]$$

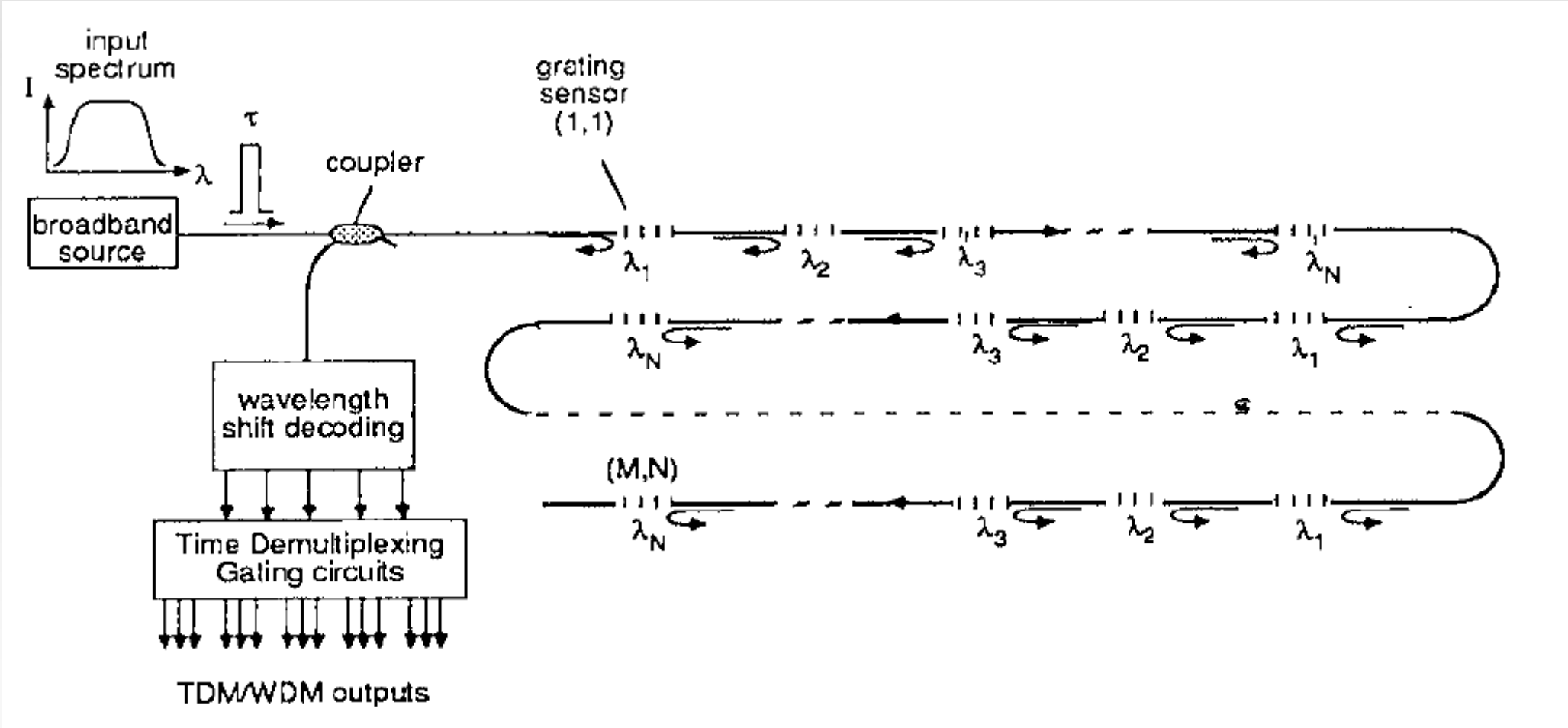
Czujniki z siatką Bragga



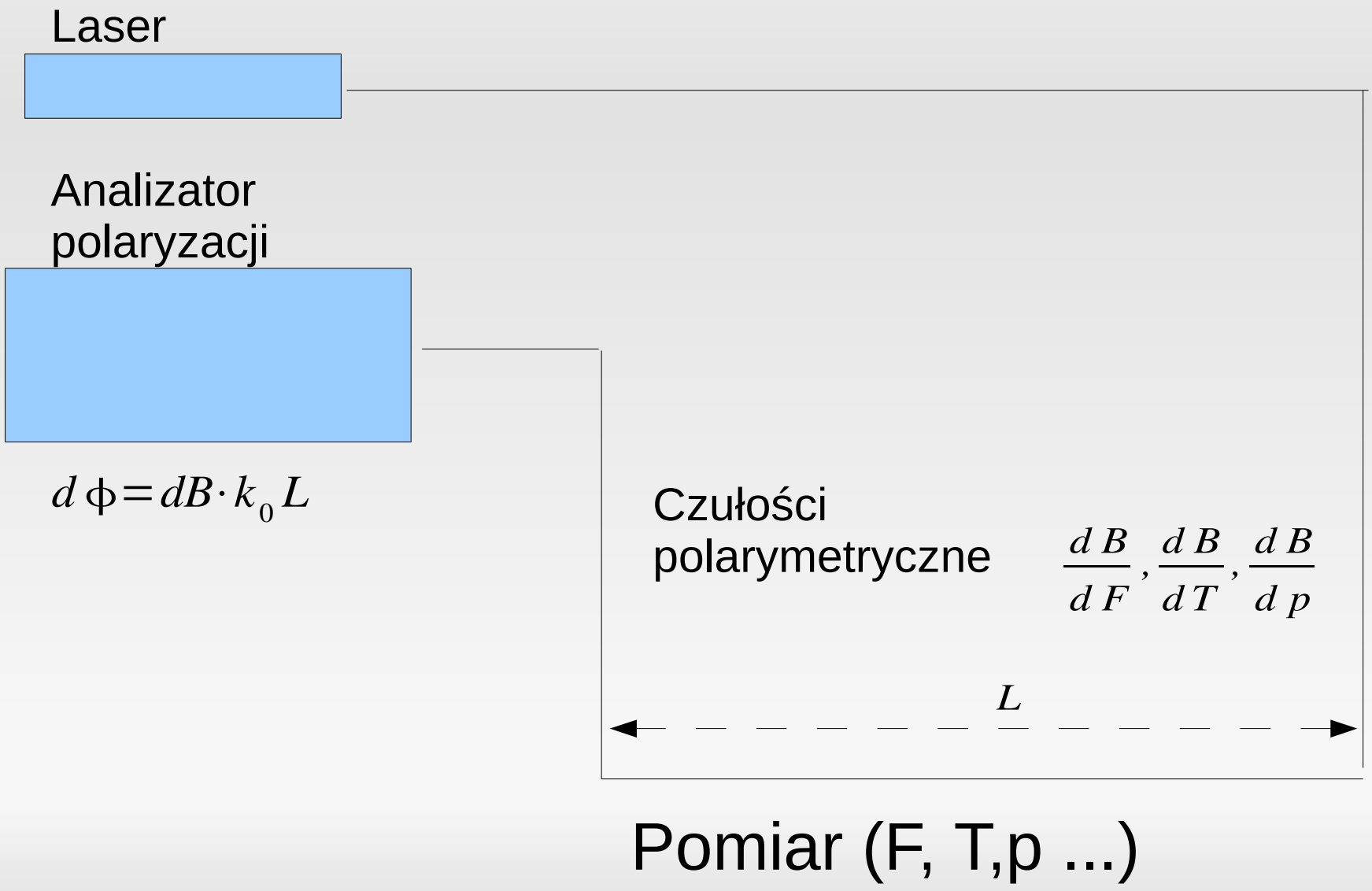
Szereg siatek Bragga
Pomiar widma



Szereg siatek Bragga
Pomiar widma i opóźnienia

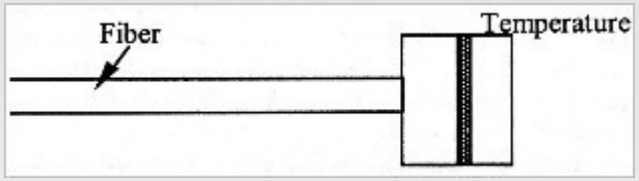


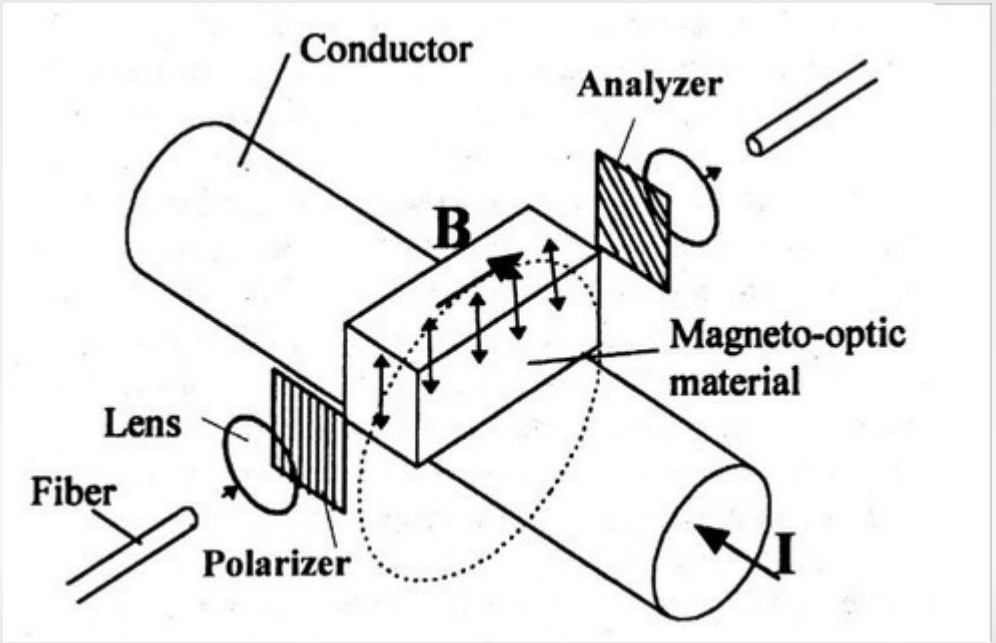
Czujniki polarymetryczne

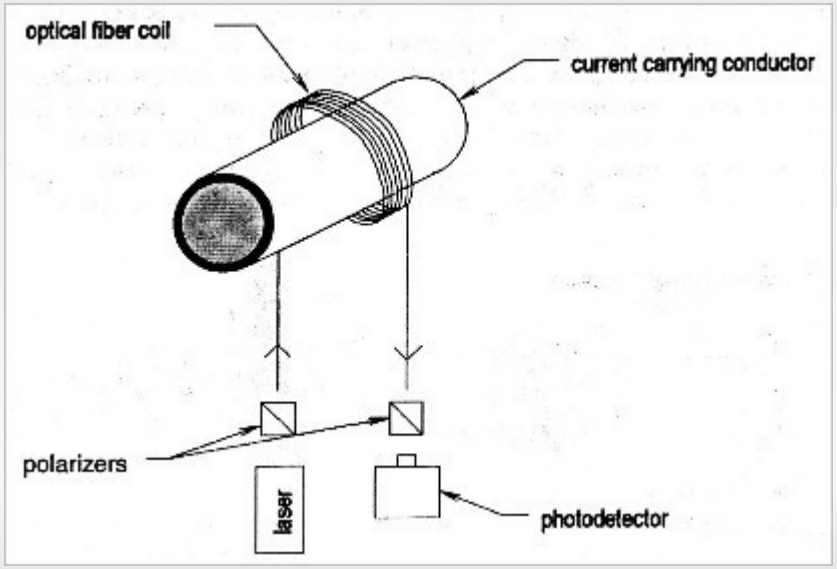


Czujniki polarymetryczne

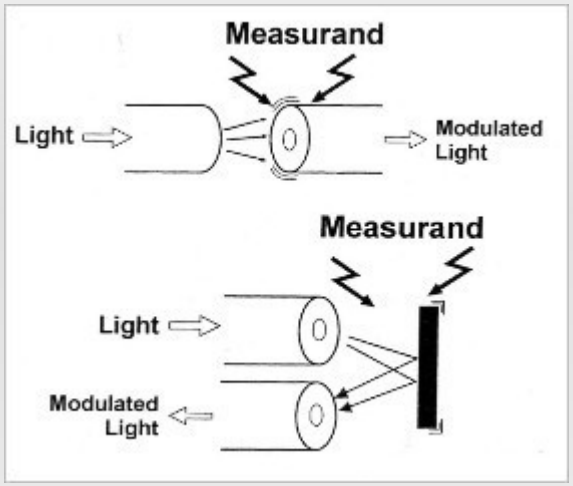
http://www.optique-ingenieur.org/en/courses/OPI_ang_M06_C04

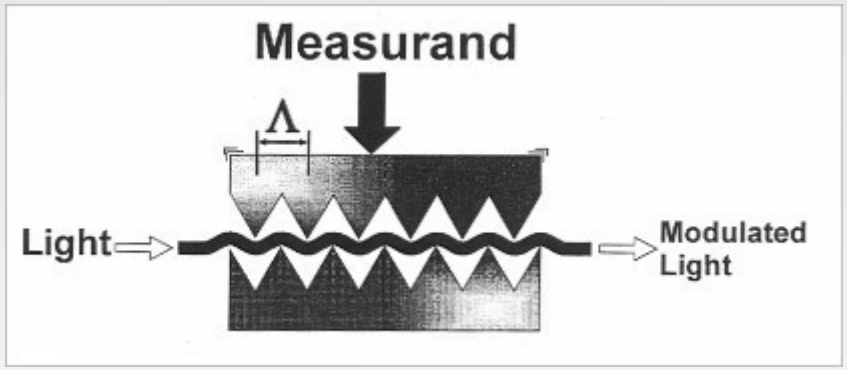


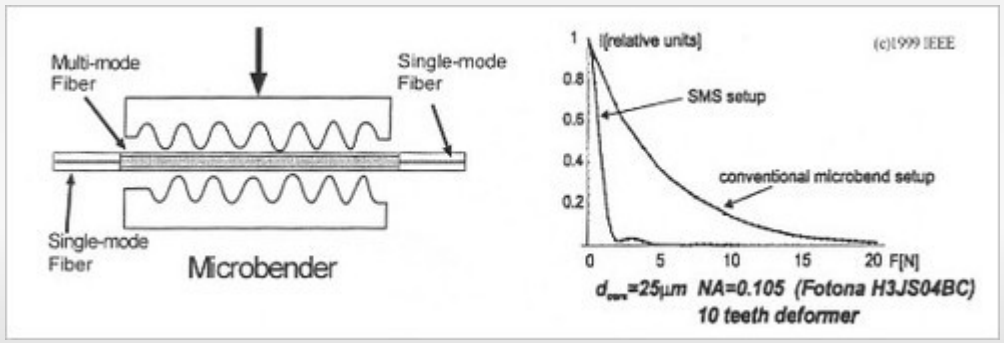




Czujniki światłowodowe

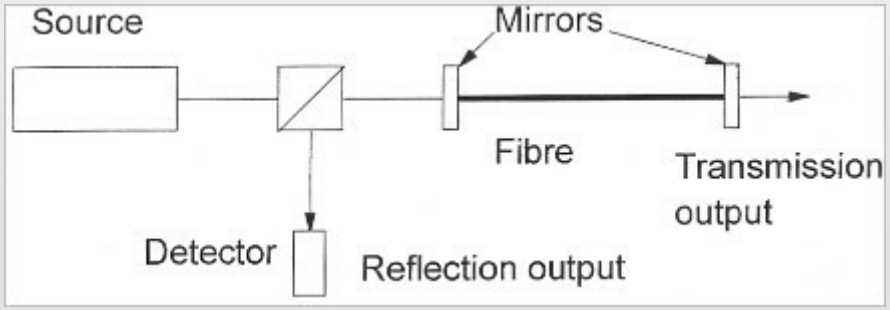


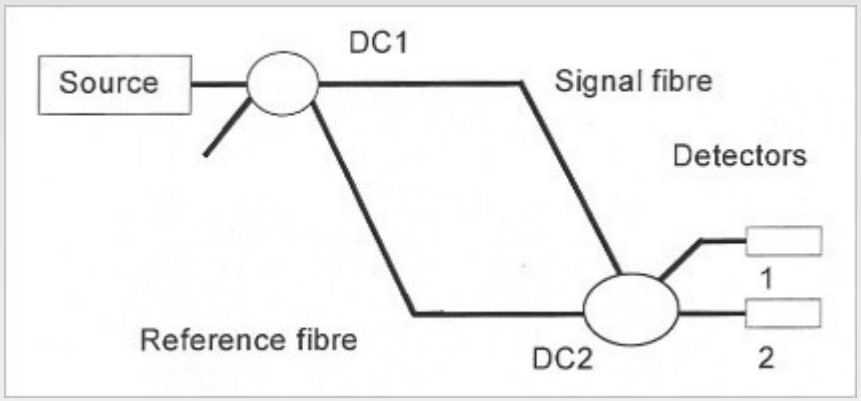


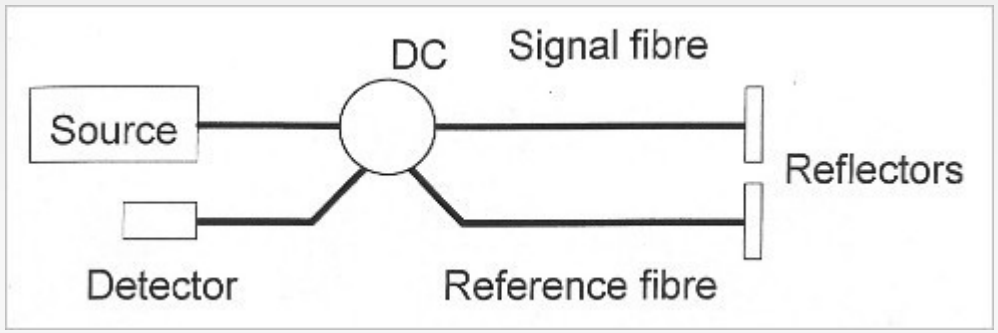


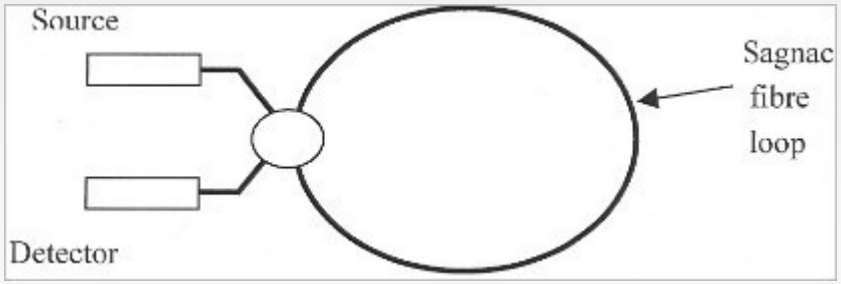
http://www.optique-ingenieur.org/en/courses/OPI_ang_M06_C04

Czujniki interferometryczne









Ćwiczenia

Seria 3: Wektory Stokesa, sfera Poincaré, czujniki polarymetryczne

Zadanie 1. (pomocnicze) Napisać następujące funkcje bądź procedury:
a. do przeliczania wektora Jonesa na wektor Stokesa.
b. do wyznaczania macierzy Jonesa dla jednomodowego światłowodu dwójłomnego przy zadanych efektywnych współczynnikach załamania dla obu polaryzacji.
b. do rysowania sfery Poincaré.
c. do wykreślenia na sferze Poincaré zbioru punktów odpowiadających stanowi polaryzacji, na podstawie podanego zbioru wartości wektora Jonesa

Zadanie 2. Wykreślić na sferze Poincaré stan polaryzacji wewnątrz płytki opóźniającej wzdłuż kierunku propagacji fali. Przedyskutować możliwość odwracania polaryzacji liniowej na kołową lub przeciwną polaryzację liniową za pomocą pomocy półfalówek i ćwierćfalówek.

Ćwiczenia

Zadanie 3. (pomiar dwójłomności metodą cięcia światłowodu) Wyznaczyć stan polaryzacji światła wzdłuż światłowodu dwójłomnego, jeśli do światłowodu wprowadzamy światło spolaryzowane liniowo pod kątem 45 stopni. Przyjąć, że efektywne współczynniki załamania to 1.445 i 1.446, a długość fali (w próżni) to 1550nm. Przedstawić stan polaryzacji na sferze Poincaré. Co się zmieni jeśli światłowód wykazuje straty zależne od polaryzacji?

Zadanie 4. (pomiar drogi zdudnień i dwójłomności metodą elastooptyczną) Światłowód z zad. 3 naciskamy w kierunku poprzecznym blaszką precyzyjnie przesuwaną wzdłuż światłowodu (blaszka może być np. przymocowana do manipulatora piezoelektrycznego). W punkcie ściskania część energii zostaje wypromieniowana, a część zmienia polaryzację (np. w sposób opisywany macierzą Jonesa M=[.9, 0.1i ; 0, 0.9]). Wykreślić stan polaryzacji na wyjściu światłowodu w funkcji przesunięcia blaszki. Co się zmieni, jeśli blaszka nie będzie wprowadzała sprzęgania pomiędzy polaryzacjami, a jedynie wypromieniowanie części światła?

Zadanie 5. (czujnik naprężenia osiowego) Światłowód dwójłomny o czułości polarymetrycznej na rozciąganie osiowe równej $L^{-1} d\phi / d\sigma = 10\mathrm{rad}/m/mstrain$ umieszczono w moście (pętla ze światłowodu w obu kierunkach) o długości 200m. Most pod obciążeniem zmienia długość o 1cm. Wyznaczyć zmianę polaryzacji światła na wyjściu światłowodu, po obciążeniu mostu.
Informacja: 1 strain to naprężenie wywołujące zmianę długości elementu o 100%.