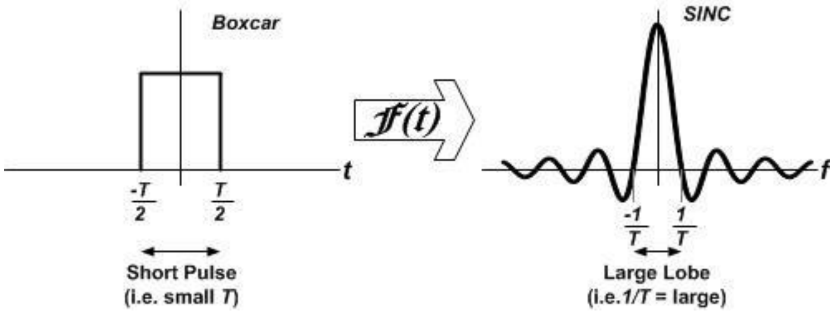
WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

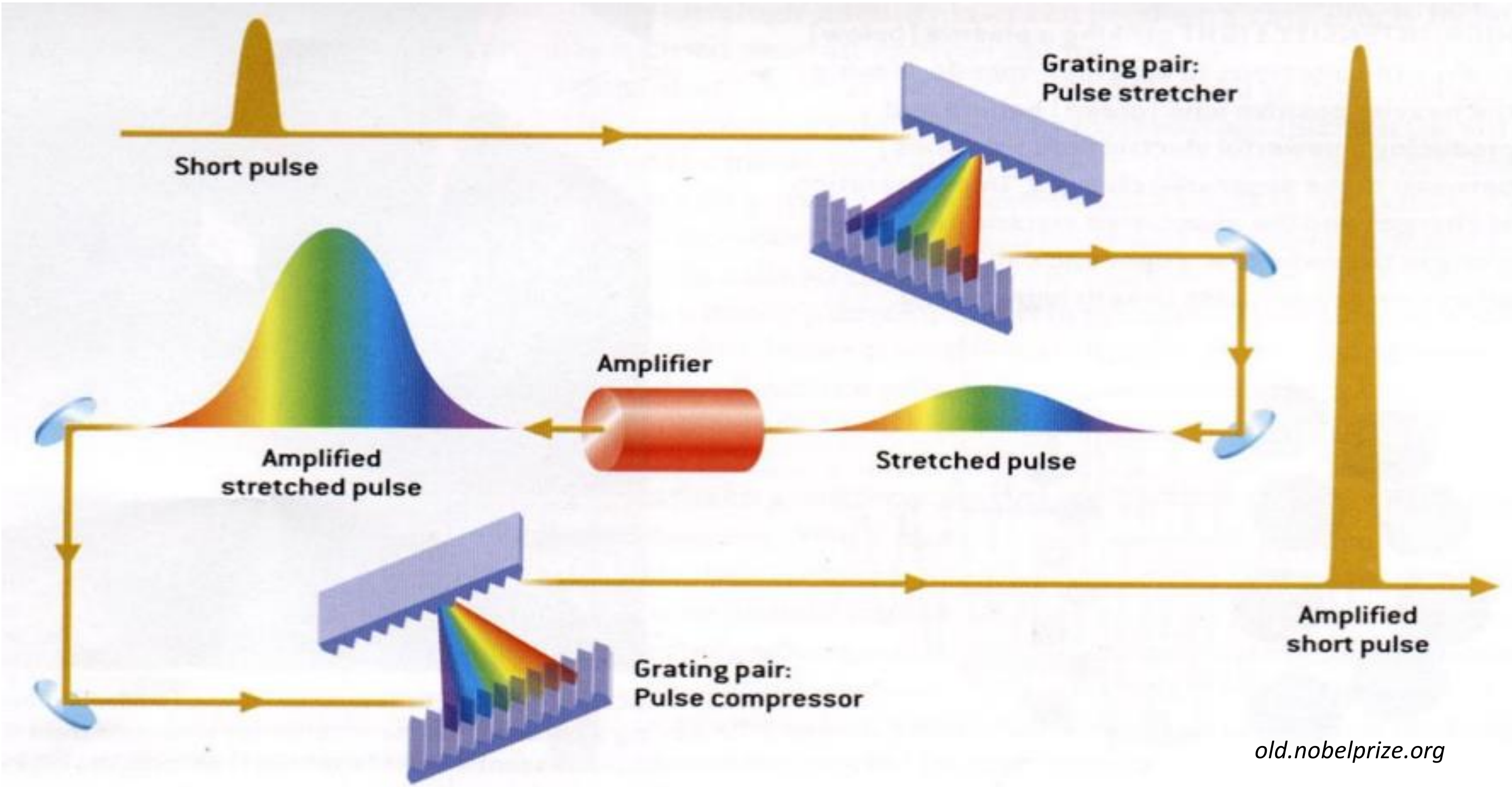
dr hab. Rafał Kasztelanic

Widmo krótkiego impulsu

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)\,e^{-i\omega t}\,d\omega$$



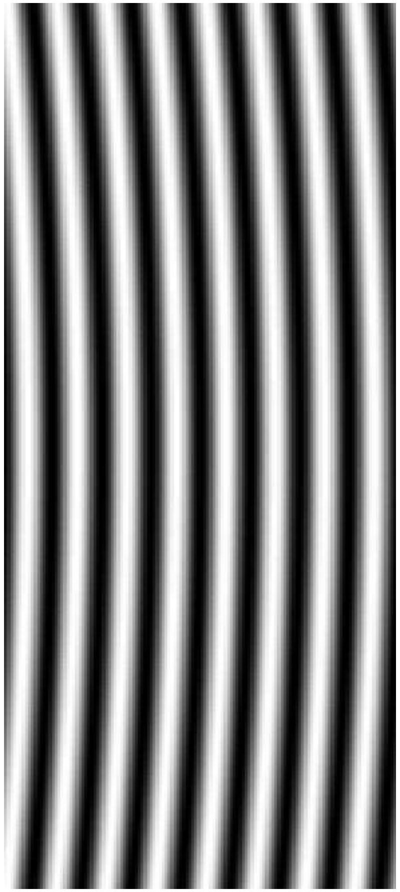
e2e.ti.com/blogs_/b/analogwire

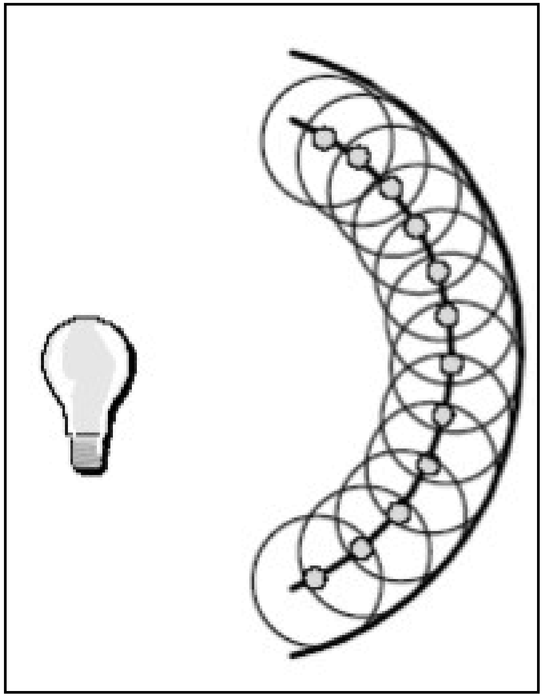


old.nobelprize.org

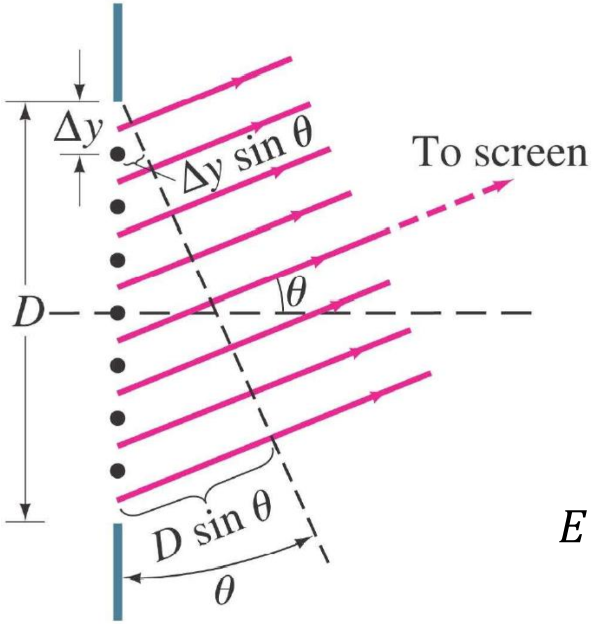
Interferencja – pojedyncza szczelina

Propagację fali elektromagnetycznej za przeszkodą możemy sobie wyobrażać za Huygensem jako falę pochodzącą ze zbioru punktowych źródeł światła umieszczonych w płaszczyźnie przesłony.





Interferencja – pojedyncza szczelina



- Wszystkie oscylatory w fazie (fala płaska)
- Równe amplitudy w punkcie obserwacji (daleko ekran)

Interferencja *N* fal

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_1 - \omega t)} + \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_2 - \omega t)} + \cdots + \frac{E_0(r)}{N} e^{i(kr_N - \omega t)}$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} \left[1 + e^{ik(r_2 - r_1)} + e^{ik(r_3 - r_1)} + \cdots + e^{ik(r_N - r_1)}\right]$$

$$\beta = k\, D\, sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} D\, sin\theta$$

$$\Delta\beta = k\, \Delta y\, sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y\, sin\theta$$

$$\Delta\beta = k(r_2 - r_1),\; 2\Delta\beta = k(r_3 - r_1),\; \cdots,\; N\Delta\beta = k(r_N - r_1)$$

$$E = \frac{E_0(r)}{N} e^{-i\omega t} e^{ikr_1} \underbrace{\left[1 + \left(e^{i\Delta\beta}\right) + \left(e^{i2\Delta\beta}\right) + \cdots + \left(e^{iN\Delta\beta}\right)\right]}_{\frac{e^{i\Delta\beta N} - 1}{e^{i\Delta\beta} - 1}}$$

szereg geometryczny $\dfrac{e^{i\Delta\beta N} - 1}{e^{i\Delta\beta} - 1}$

Interferencja – pojedyncza szczelina

$$\frac{e^{i\Delta\beta N}-1}{e^{i\Delta\beta}-1}=\frac{e^{iN\Delta\beta/2}\left[e^{iN\Delta\beta/2}-e^{-iN\Delta\beta/2}\right]}{e^{i\Delta\beta/2}\left[e^{i\Delta\beta/2}-e^{-i\Delta\beta/2}\right]}=e^{i(N-1)\Delta\beta/2}\frac{sin(N\Delta\beta/2)}{sin(\Delta\beta/2)}$$

$$E=\frac{E_0(r)}{N}e^{-i\omega t}e^{ikr_1}e^{i(N-1)\Delta\beta/2}\frac{sin(N\Delta\beta/2)}{sin(\Delta\beta/2)}$$

$$\boxed{I=|E|^2=\frac{I_0}{N^2}\frac{sin^2(N\Delta\beta/2)}{sin^2(\Delta\beta/2)}}$$

Interferencja

Interferencja – pojedyncza szczelina

$$\frac{e^{i\Delta\beta N}-1}{e^{i\Delta\beta}-1}=\frac{e^{iN\Delta\beta/2}\left[e^{iN\Delta\beta/2}-e^{-iN\Delta\beta/2}\right]}{e^{i\Delta\beta/2}\left[e^{i\Delta\beta/2}-e^{-i\Delta\beta/2}\right]}=e^{i(N-1)\Delta\beta/2}\frac{sin(N\Delta\beta/2)}{sin(\Delta\beta/2)}$$

$$E=\frac{E_0(r)}{N}e^{-i\omega t}e^{ikr_1}e^{i(N-1)\Delta\beta/2}\frac{sin(N\Delta\beta/2)}{sin(\Delta\beta/2)}$$

$$\boxed{I=|E|^2=\frac{I_0}{N^2}\frac{sin^2(N\Delta\beta/2)}{sin^2(\Delta\beta/2)}}$$

Interferencja

$$N\rightarrow\infty,\qquad \Delta y\rightarrow 0$$

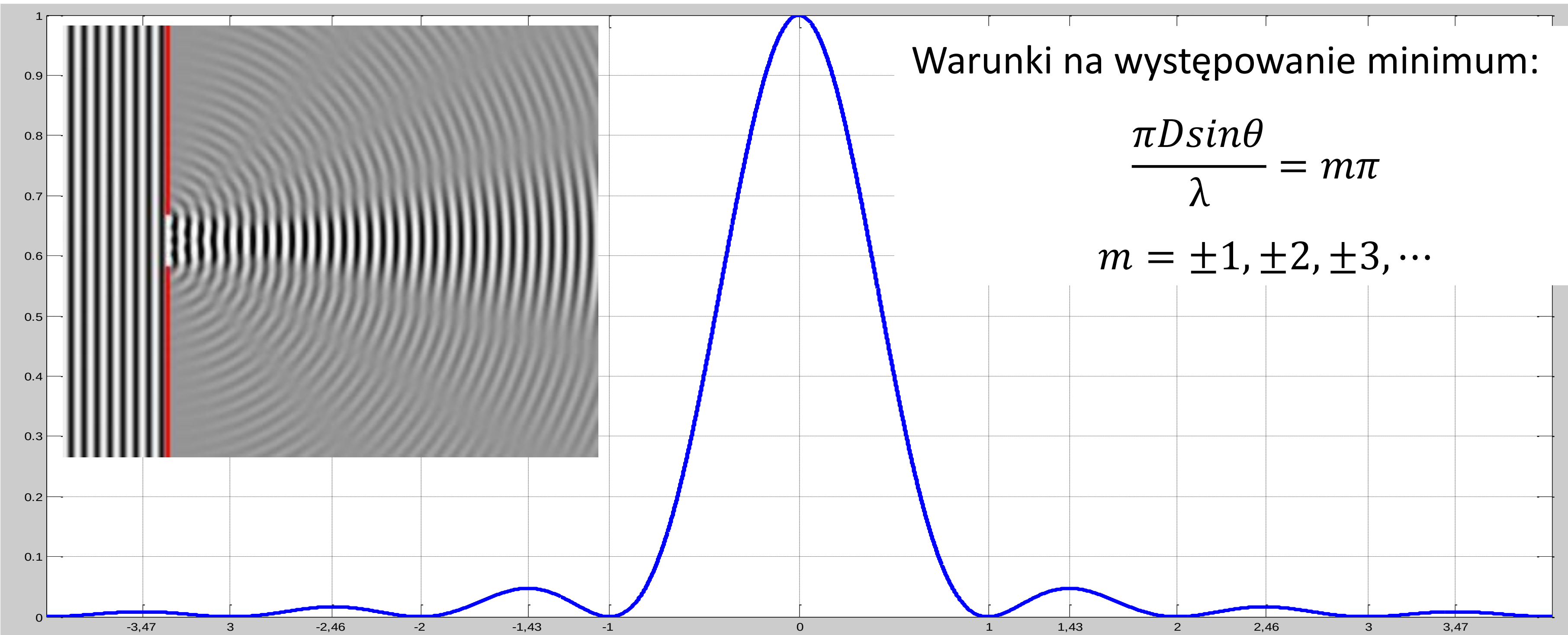
$$\Delta\beta\sim\Delta y\;\Rightarrow\; sin^2(\Delta\beta/2)\approx\Delta\beta/2$$

$$\boxed{I=I_0\frac{sin^2(N\Delta\beta/2)}{(N\Delta\beta/2)^2}=I_0\left(\frac{sin(\beta/2)}{\beta/2}\right)^2}$$

Dyfrakcja

Interferencja – pojedyncza szczelina

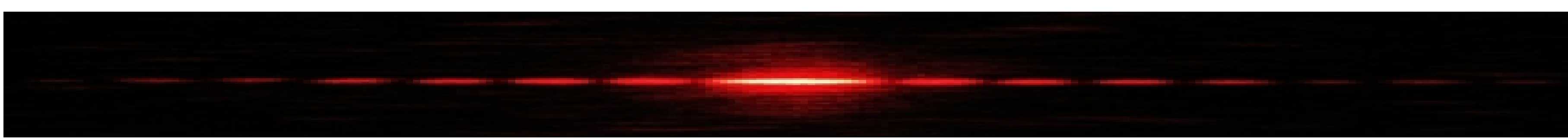
$$I = I_0 \left(\frac{sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$



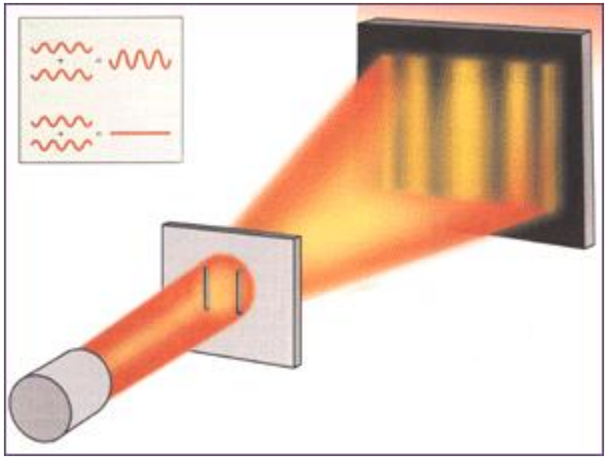
Warunki na występowanie minimum:

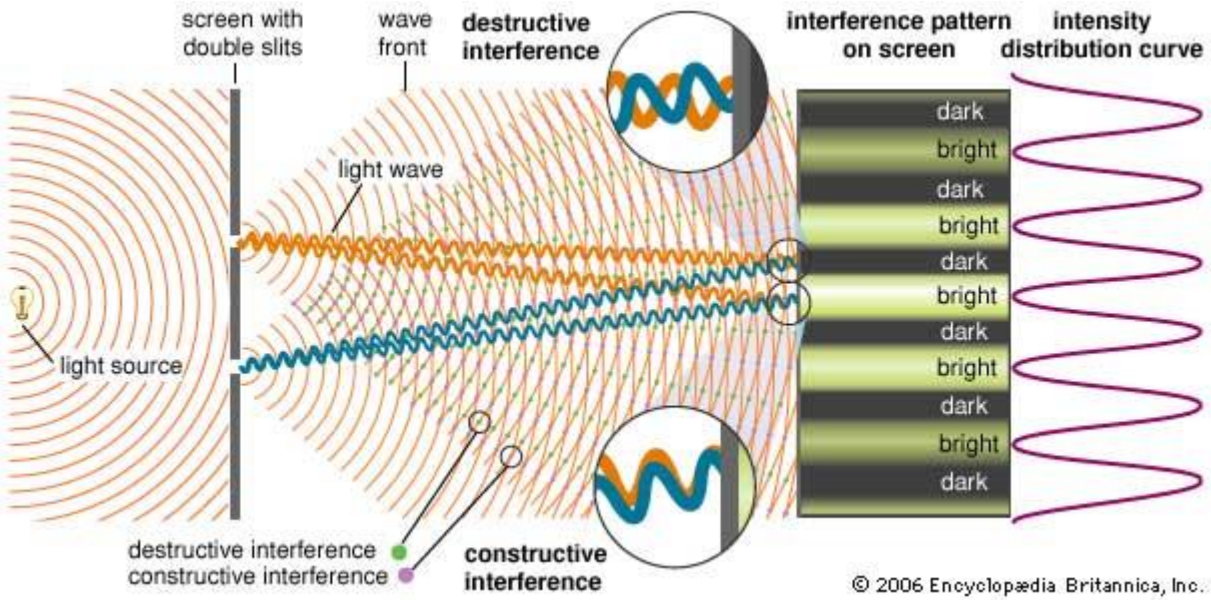
$$\frac{\pi D sin\theta}{\lambda} = m\pi$$

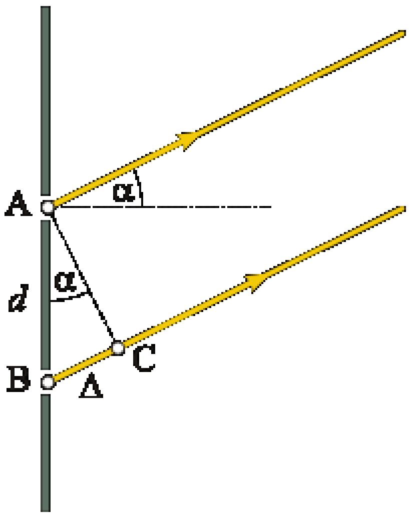
$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$$



Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)







$$\frac{\Delta}{d} = \sin\alpha \qquad \Delta = d\sin\alpha$$

maksimum: $d\ sin\alpha_k = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z}, k \in \left(-\frac{d}{\lambda}, \frac{d}{\lambda}\right)$

minimum: $d\ sin\alpha_k = \left(\frac{2k+1}{2}\right)\lambda \quad k \in \mathbb{Z}, k \in \left(-\frac{2d-\lambda}{2\lambda}, \frac{2d-\lambda}{2\lambda}\right)$

Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

$$E_1 = Ae^{i(kr_1 - \omega t)}$$
$$E_2 = Ae^{i(kr_2 - \omega t)}$$

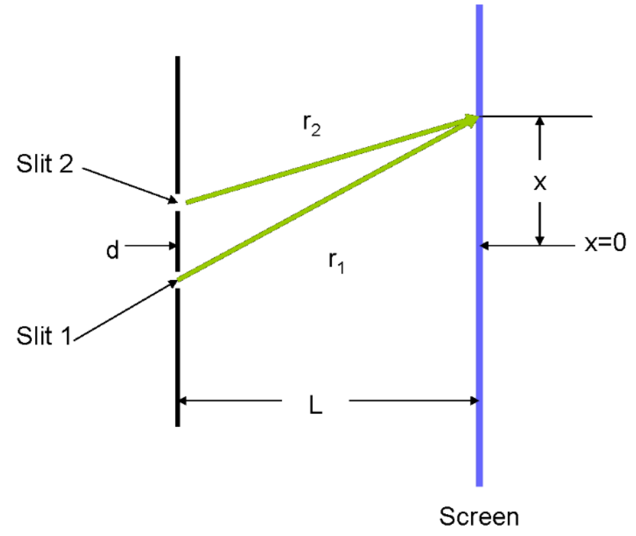
$\longrightarrow$ $\boxed{\text{Interferencja}}$ $\longrightarrow$ $E = E_1 + E_2$

$$E = E_1 + E_2 = Ae^{i(kr_1 - \omega t)} + Ae^{i(kr_2 - \omega t)} = Ae^{i(kr_1 - \omega t)}\left(1 + e^{ik\Delta r}\right) =$$

$$= Ae^{i(kr_1 - \omega t)} e^{ik\Delta r/2}\left(e^{ik\Delta r/2} + e^{-ik\Delta r/2}\right) = Ae^{i(kr_1 - \omega t)} e^{ik\Delta r/2} 2cos(k\Delta r/2)$$

gdzie: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = dsin\theta$$



Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

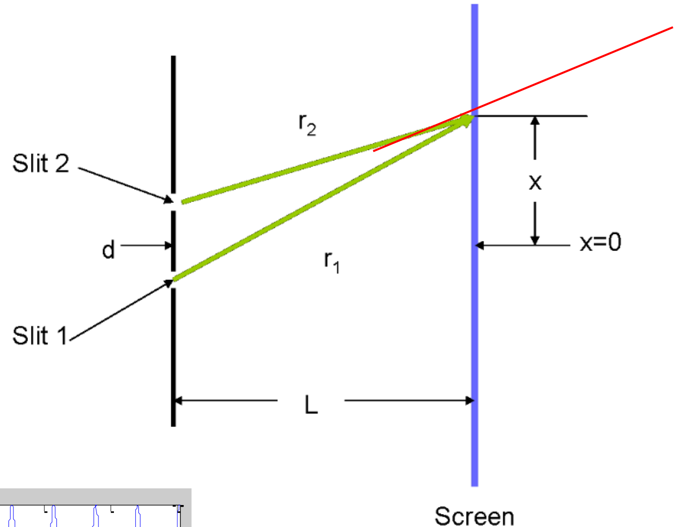
Odległość od punktu środkowego między szczelinami do danego punktu na ekranie:

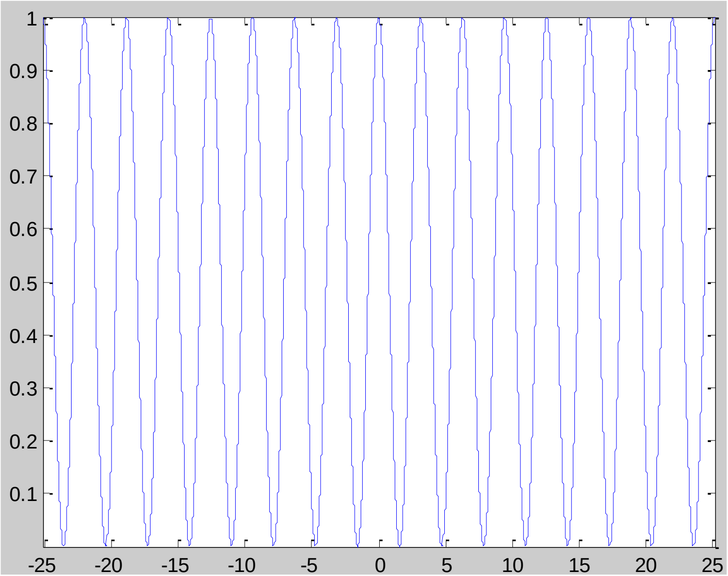
$$r = r_1 + \Delta r/2$$

$$E(r,\theta) = Ae^{i(kr-\omega t)}2cos(\pi d sin\theta/\lambda)$$

$$\boxed{I(\theta) = 4I_0 cos^2(\pi d sin\theta/\lambda)}$$

natężenie jednej z fal





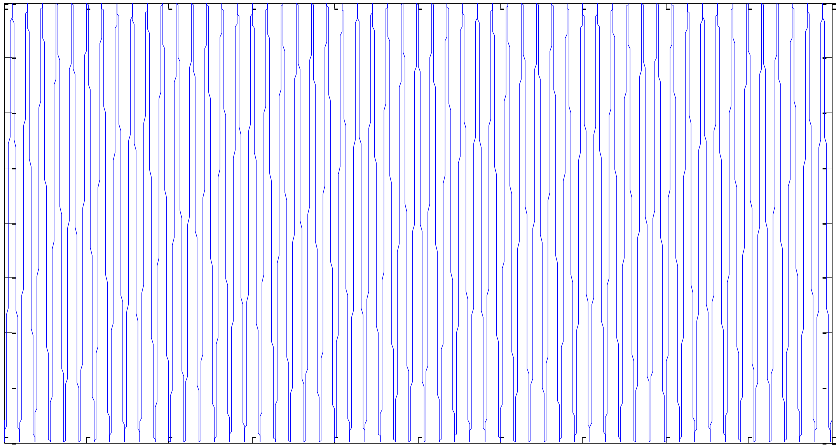
Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)

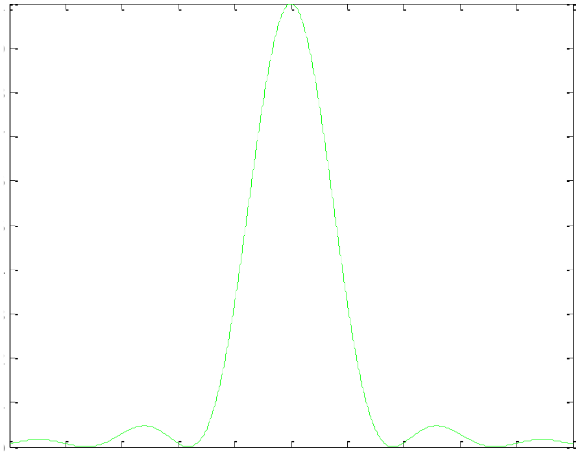
Trzeba jeszcze uwzględnić dyfrakcje na pojedynczej szczelinie:

$$I = Interferencja \cdot dyfrakcja$$

$$I(\theta) = 4I_0 cos^2(\pi d sin\theta/\lambda)$$

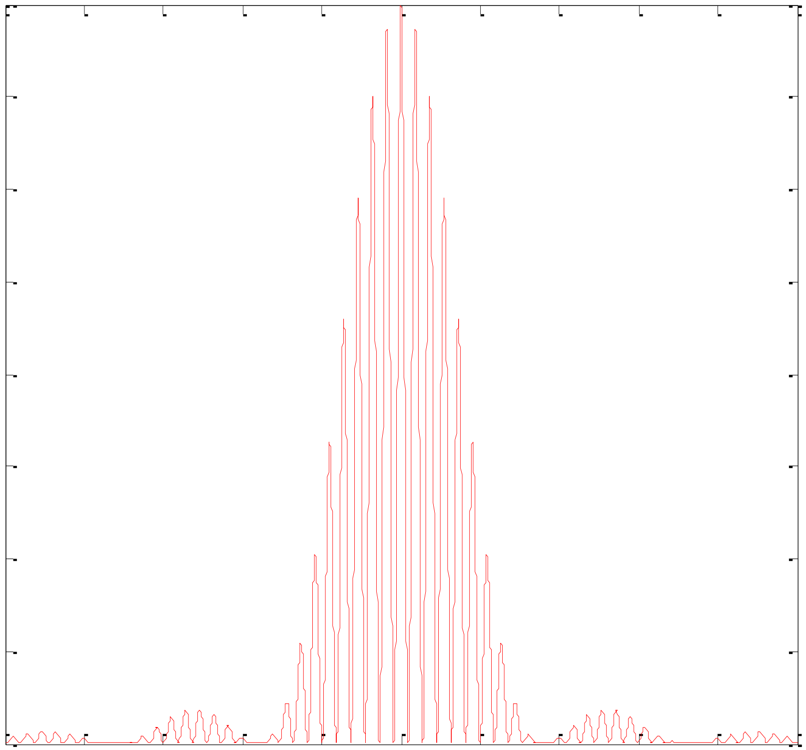
$$I(\theta) = I_0\left(\frac{sin(\beta/2)}{\beta/2}\right)^2$$

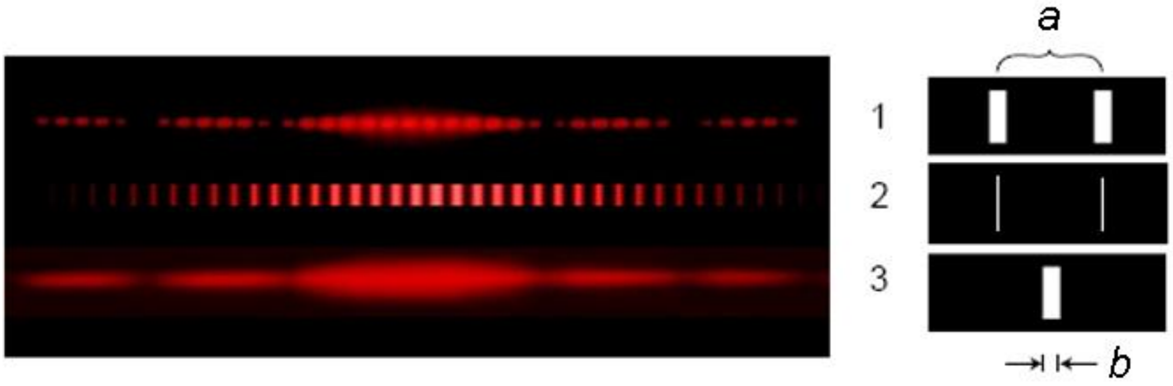




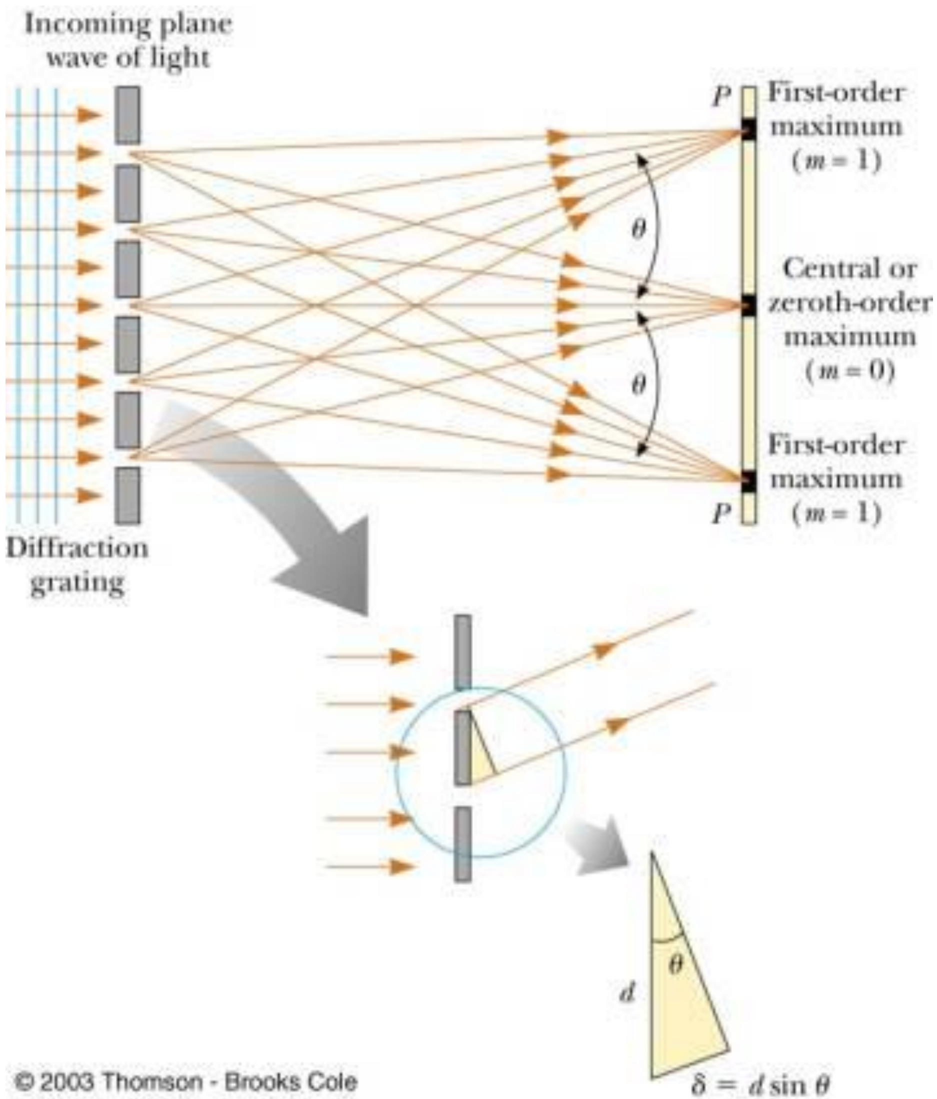
$$\boxed{I(\theta) = 4I_0 cos^2(\pi d sin\theta/\lambda)\left(\frac{sin(\beta/2)}{\beta/2}\right)^2}$$

Interferencja – 2 szczeliny (doświadczenie Younga)





Interferencja – siatka dyfrakcyjna



Wzór siatki dyfrakcyjnej:

$$d\sin\left(\theta_k\right) = k\lambda$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

d – stała siatki
k – rząd ugięcia, numer wzmocnienia

Ponieważ zachodzi:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_k < \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad -1 < \theta_k < 1$$

czyli:

$$\frac{k\lambda}{d} < 1 \quad \Rightarrow \quad k_{\max} = \left[\frac{d}{\theta}\right]$$

Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Jak policzyć natężenie na ekranie.
Podobnie jak dla 2 szczelin:

$$I = \underbrace{INTERFERENCJA}_{na\ N\ szczelinach\ (punktowych)} \cdot \underbrace{DYFRAKCJA}_{na\ pojedynczej\ szczelinie}$$

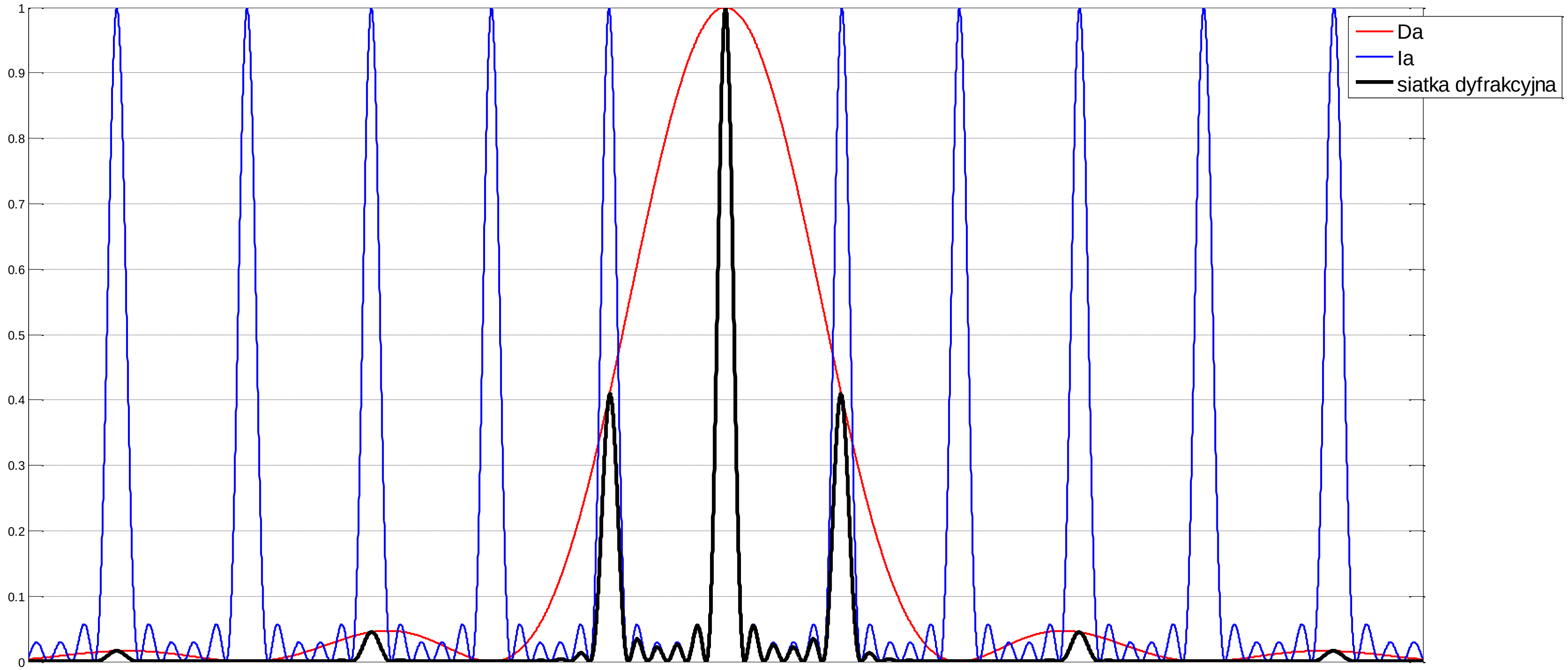
$$\frac{I_0}{N^2}\frac{sin^2(N\Delta\beta/2)}{sin^2(\Delta\beta/2)} \qquad\qquad I_0\left(\frac{sin(\beta/2)}{\beta/2}\right)^2$$

Było liczone dla pojedynczej szczeliny

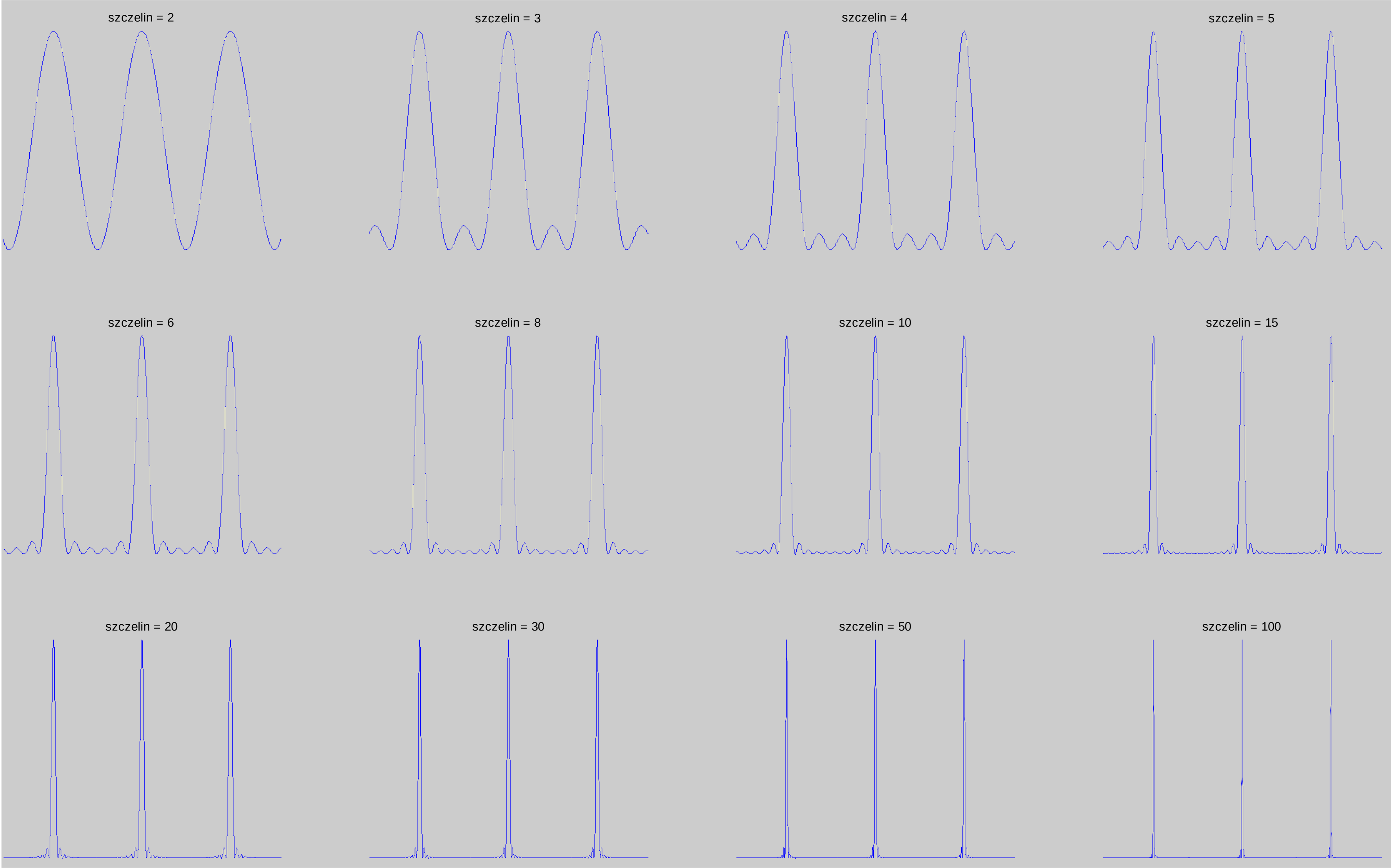
$$\boxed{I(\theta) = \left[\frac{sin(\pi NDsin\theta/\lambda)}{Nsin(\pi Dsin\theta/\lambda)}\right]^2 \left[\frac{sin(\pi dsin\theta/\lambda)}{\pi dsin\theta/\lambda}\right]^2}$$

PropagujacaWiazka.m
DwaZrodla.m
Szczelina.m
Cw6_3.m – siatki dyfr
Cw6_2.m – siatka o różnych szczelinach

Interferencja – siatka dyfrakcyjna

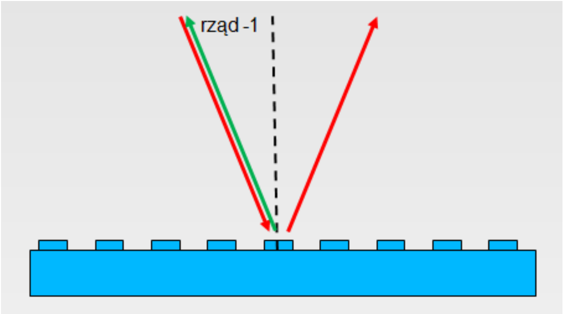


Interferencja – siatka dyfrakcyjna

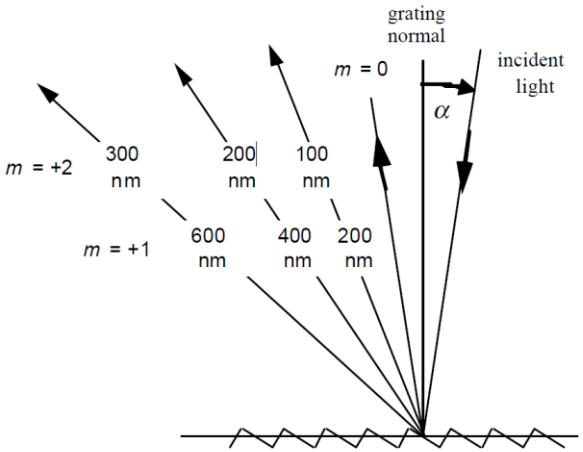


Interferencja – siatka dyfrakcyjna

- Wiązka monochromatycza
- Światło białe
  - konfiguracja Litrowa – dla danej długości fali wiązka w danym rzędzie dyfrakcyjnym biegnie jak wiązka padająca – działa dla tej długości fali jak zwierciadło.



  - Nakładanie się kolejnych rzędów dyfrakcyjnych



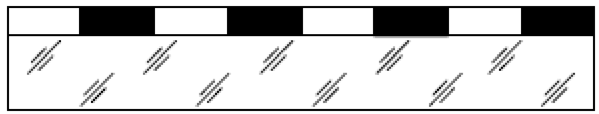
monograting.m
whitegrating.m

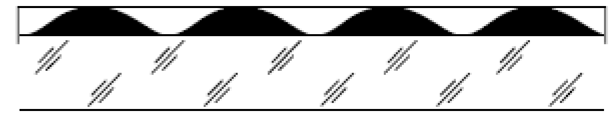
Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Rodzaje siatek dyfrakcyjnych:

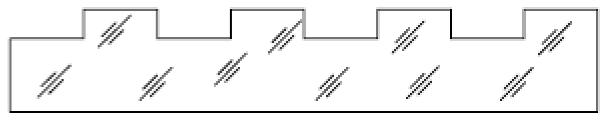
binarne | sinusoidalne

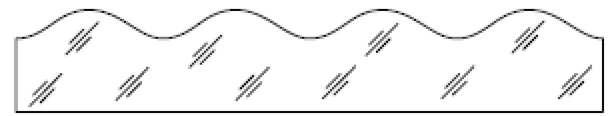
Siatki amplitudowe:



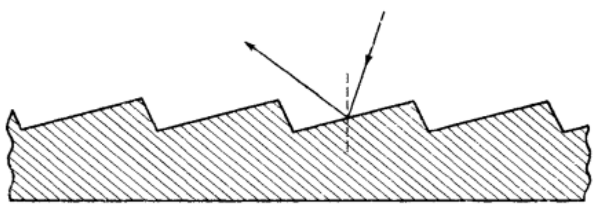


Siatki fazowe:





Siatka typu blaze:

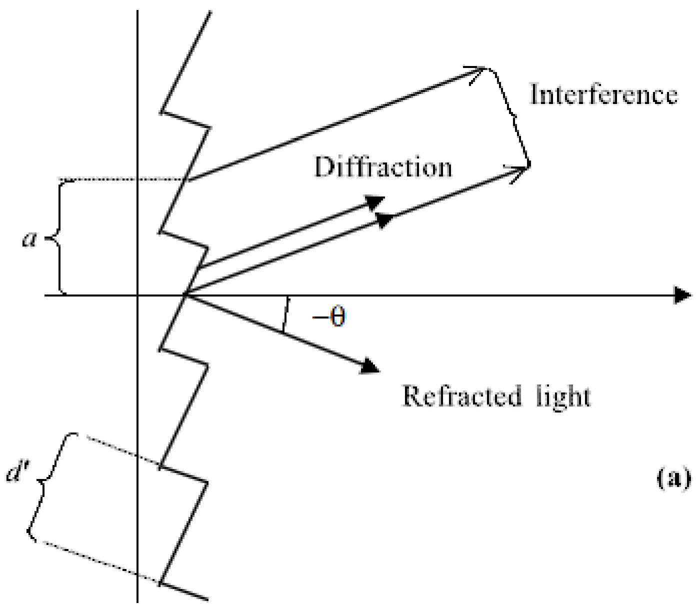


Interferencja – siatka dyfrakcyjna

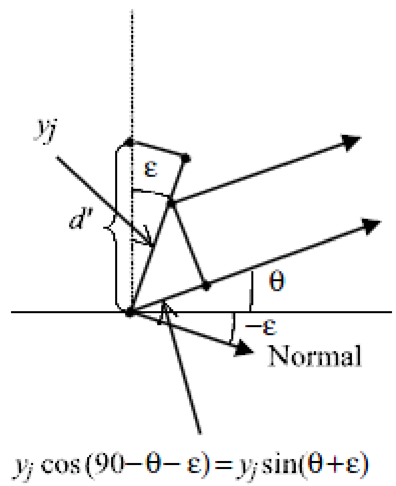
Siatka karbowana (blazed):

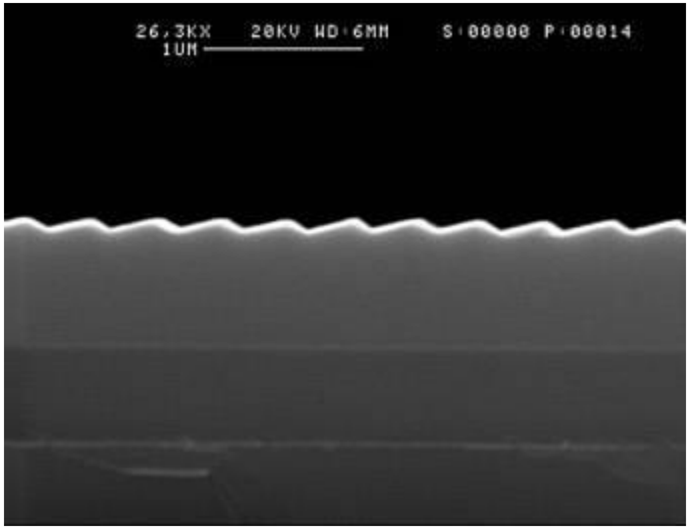
Może być w wersji fazowej i w wersji amplitudowej.

W obu przypadkach opis jak w wersji fazowej – pochylenie wprowadza zmianę fazy



(a)





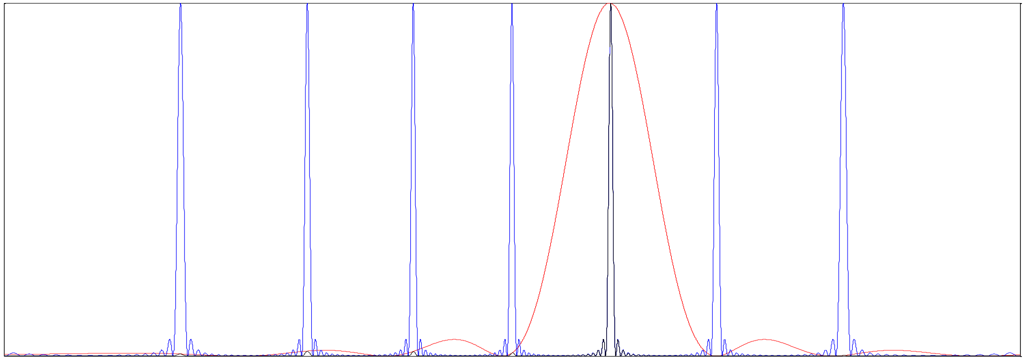
(b)

$$I(\theta) = \left[\frac{\sin\left(\pi d \sin\left(\theta+\varepsilon\right)/\lambda\right)}{\pi d \sin\left(\theta+\varepsilon\right)/\lambda}\right]^2 \left[\frac{\sin\left(\pi N a \sin\theta/\lambda\right)}{N \sin\left(\pi a \sin\theta/\lambda\right)}\right]^2$$

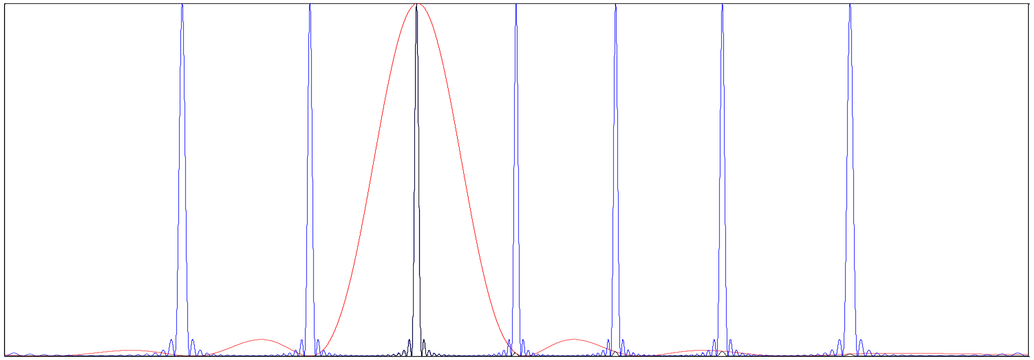
Interferencja – siatka dyfrakcyjna

Siatka karbowana (blazed):

$\varepsilon = -0,25$



$\varepsilon = 0,25$



$\varepsilon = 0,52$