

1100-4BW12, rok akademicki 2019/20

WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

dr hab. Rafał Kasztelanic

Koherencja

Spójność (koherencja): korelacja między fazami drgań = w wyniku superpozycji powstaje stały w czasie obraz interferencyjny.

Spójność czasowa: zdolność do interferencji fal, które wyszły z tego samego punktu przestrzeni w różnym czasie.

Spójność przestrzenna: zdolność do interferencji fal, które wyszły z różnych punktów przestrzeni w tym samym czasie

Układ optyczny

Dla dowolnego oświetlenia (nieidealne źródło punktowe, efekt Dopplera, itd.):

$$u_2(\underbrace{x_2, y_2, t}_{\text{obraz}}) = \iint_{-\infty}^{\infty} \underbrace{u_0(x_1, y_1, t)}_{\text{przedmiot}} \underbrace{h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)}_{\text{odpowiedź impulsowa}} dx_1 dy_1$$

(w ogólności zależność o czasie ale fala quasi-monochromatyczna i wolno zmienna amplituda)

Rozkład natężenia w obrazie (średnia po czasie):

$$I_2(x_2, y_2) = \langle u_2(x_2, y_2, t) u_2^*(x'_2, y'_2, t) \rangle$$

$$I_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_1 \iint_{-\infty}^{\infty} \langle u_0(x_1, y_1, t) u_0^*(x'_1, y'_1, t) \rangle \langle h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) h^*(x_2 - x'_1, y_2 - y'_1) \rangle dx'_1 dy'_1$$

dwa blisko siebie leżące punkty w przedmiocie (fale z dwóch punktów)

Rozkład natężenia w obrazie zależy od uśrednionego po czasie kwadratu modułu amplitudy zespolonej w przedmiocie.

Układ optyczny - oświetlenie koherentne

Całkowita korelacja:

$$I_2(x_2, y_2) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1 \right|^2$$

wzory jak wcześniej czyli:

$$u_2(x_2, y_2, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1, t) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1$$

Rozkład amplitudy zespolonej = splot sygnału wejściowego z odpowiedzią impulsową układu

Poszczególne fale najpierw ze sobą interferują a dopiero na ekranie dostają sygnał natężeniowy.

Funkcja przenoszenia - oświetlenie koherentne

Odpowiedź impulsowa dla układu gdzie mamy jakąś aperturę P :

$$h(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(\lambda d_2 x, \lambda d_2 y) \exp[-i2\pi(x_2 x + y_2 y)]$$

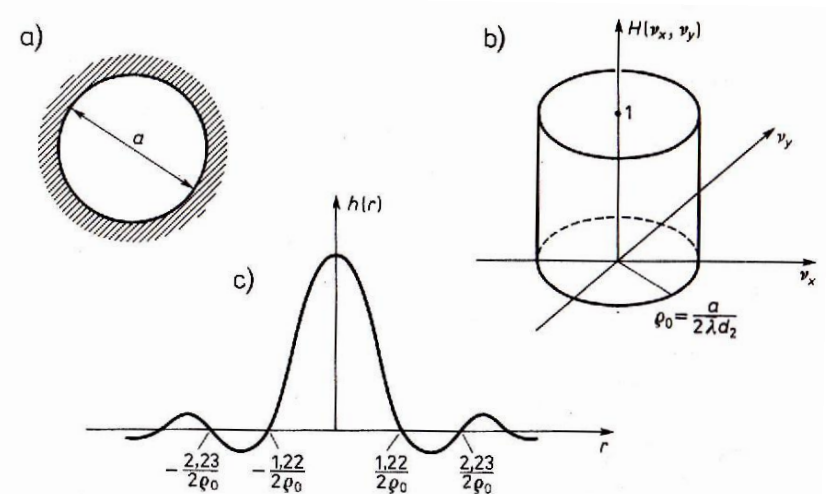
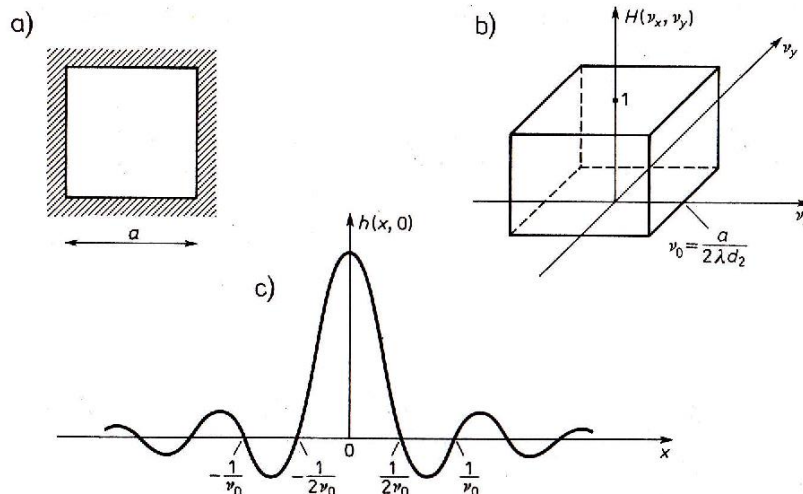
Funkcja przenoszenia (Funkcja przenoszenia dla oświetlenia koherentnego):

$$H(v_x, v_y) = FT\{h(x_2, y_2)\} = FT\{FT\{P(c, \lambda d_2 y)\}\} = P(-\lambda d_2 x, -\lambda d_2 y)$$

równa się odwróconej funkcji źrenicy.

Można też zapisać: $U_2(v_x, v_y) = H(v_x, v_y)U_0(v_x, v_y)$ bo: $u_2(x_2, y_2, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1, t)h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)dx_1dy_1$

Plot funkcji przenoszenia z sygnałem wejściowym



Układ optyczny - oświetlenie niekoherentne

Całkowity brak korelacji:

Całkowita przypadkowość faz i miejsca wychodzenia fal z przedmiotu = brak korelacji

$$\langle u_0(x_1, y_1, t) u_0^*(x'_1, y'_1, t) \rangle = K I_0(x_1, y_1) \delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1)$$

2 fale nie interferują ze sobą ale od razu biorę ich natężenie

$$I_2(x_2, y_2) = K \iint_{-\infty}^{\infty} I_0(x_1, y_1) |h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)|^2 dx_1 dy_1$$

stała

natężenie w obrazie

kwadrat funkcji przenoszenia
(natężeniowa funkcja przenoszenia)

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne

Mogę to ogólnie zapisać jako:

$$I_2(x_2, y_2) = KI_0(x_2, y_2) \otimes |h(x_2, y_2)|^2$$

Jak przejdziemy do przestrzeni częstości:

$$I_2(v_x, v_y) = I_0(v_x, v_y) \tilde{H}(v_x, v_y)$$

Natężeniowa funkcja przenoszenia (Funkcja przenoszenia dla oświetlenia niekoherentnego):

$$\tilde{H}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 \exp[-i2\pi(xv_x + yv_y)] dx dy$$

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne

Relacja między funkcją przenoszenia koherentną a niekoherentną:

$$\tilde{H}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 \exp[-i2\pi(xv_x + yv_y)] dx dy$$

$$\tilde{H}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} H(v'_x, v'_y) H^*(v'_x - v_x, v'_y - v_y) dv'_x dv'_y$$

Po zamianie zmiennych:

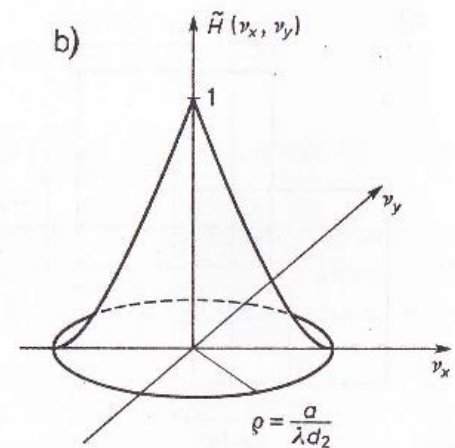
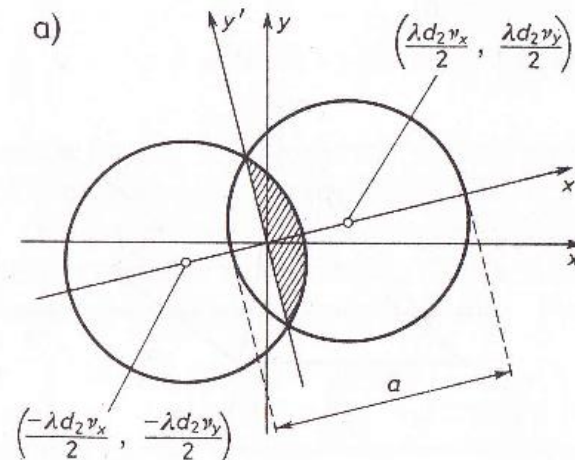
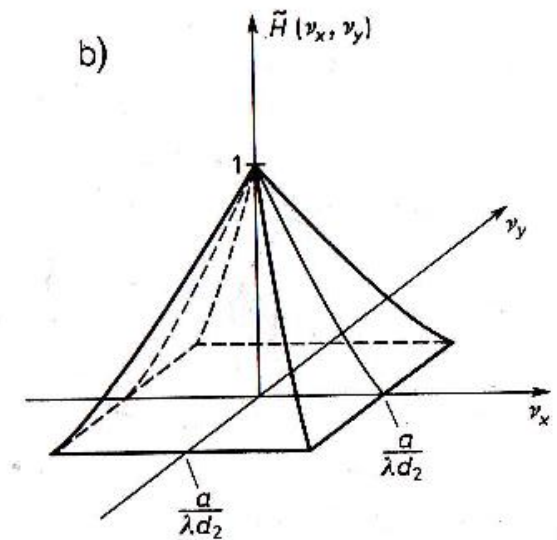
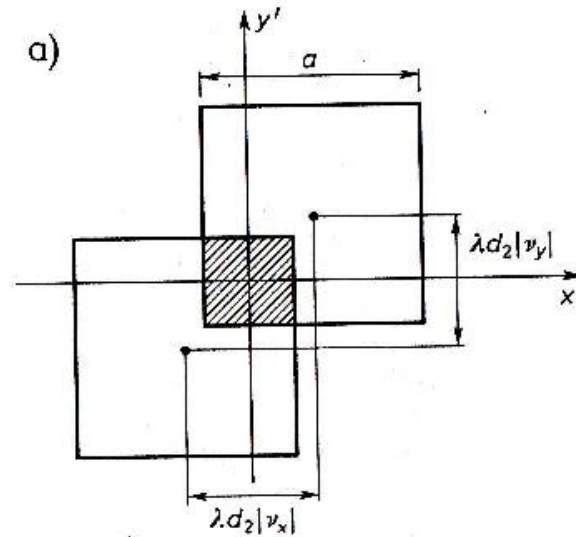
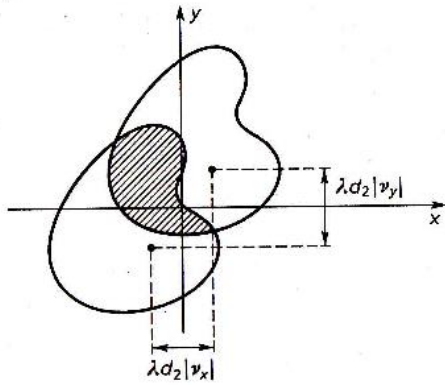
$$\tilde{H}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} H\left(v'_x - \frac{v_x}{2}, v'_y - \frac{v_y}{2}\right) H^*\left(v'_x + \frac{v_x}{2}, v'_y + \frac{v_y}{2}\right) dv'_x dv'_y$$

Odpowiedź impulsowa dla układu gdzie mamy jakąś aperturę P :

$$\tilde{H}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} P\left(x - \frac{\lambda d_2 x}{2}, y - \frac{\lambda d_2 y}{2}\right) P\left(x + \frac{\lambda d_2 x}{2}, y + \frac{\lambda d_2 y}{2}\right) dv'_x dv'_y$$

Czyli odpowiedź impulsowa jak odpowiedź od 2 rozsuniętych apertur.

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne



Przenoszenie kontrastu

Przedmiot - amplitudowa siatka sinusoidalna:

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}a \cos(2\pi v_1 x_1)$$

Można pokazać, że przy oświetleniu niekoherentnym o natężeniu I_0 na ekranie uzyskamy natężenie:

$$I_2(x_2) = \frac{I_0}{2} \{1 + a|\tilde{H}(v_1)|\cos[2\pi v_1 x_2]\}$$

Dla prążków kontrast liczymy zgodnie ze wzorem:

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Dla przedmiotu dostajemy: $K_1 = a$

Dla obrazu dostajemy: $K_2 = a|\tilde{H}(v_1)|$

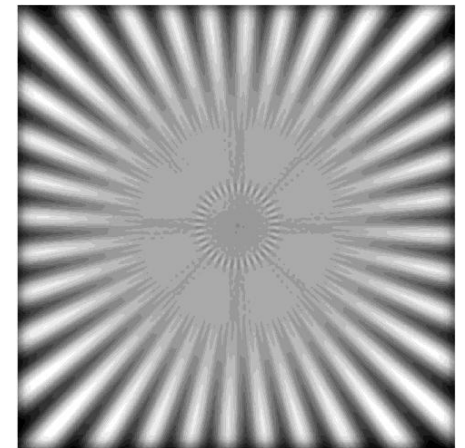
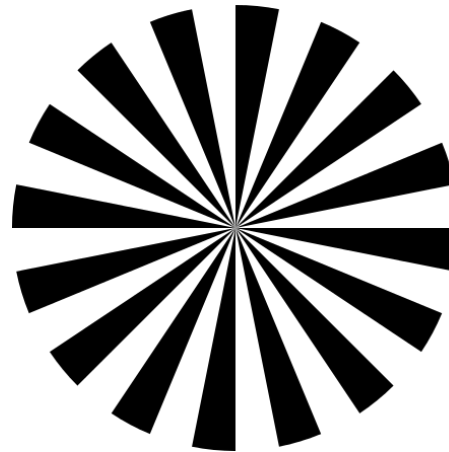
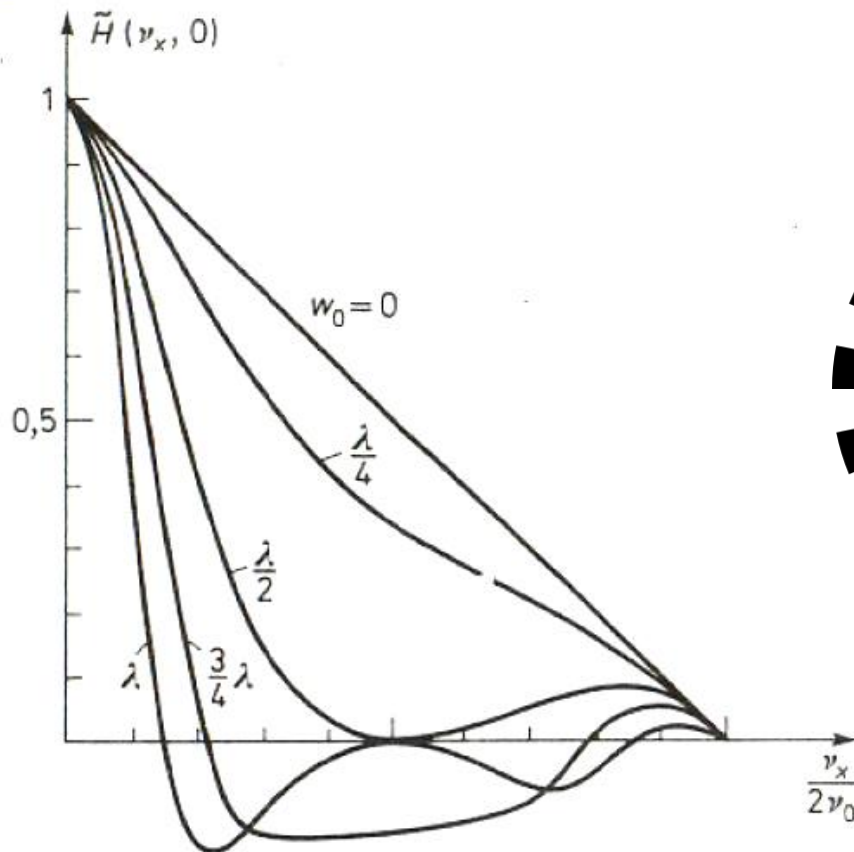
Stosunek kontrastów: $\frac{K_2}{K_1} = |\tilde{H}(v_1)|$

Czyli przenoszenie kontrastu dla danej harmonicznej (częstości) zależy od modułu funkcji przenoszenia dla tej częstości.

Przenoszenie kontrastu

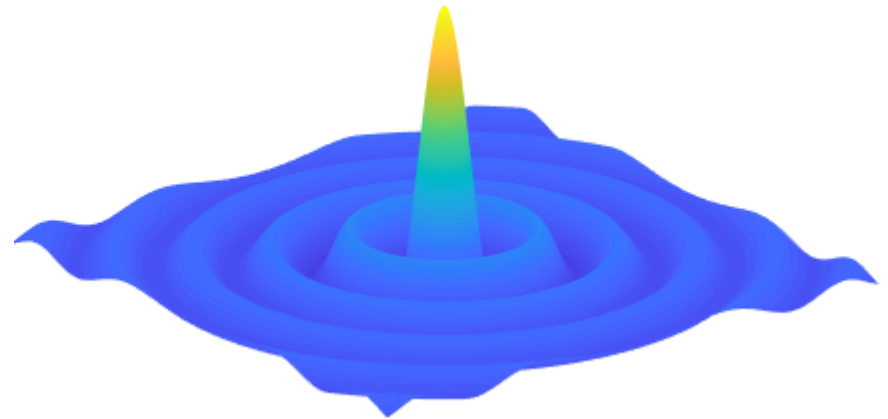
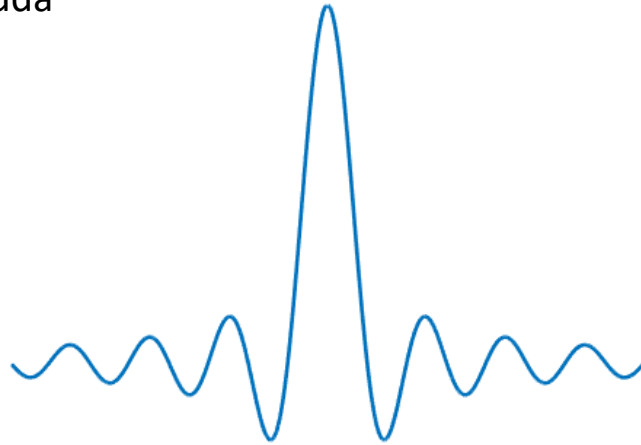
Dla układów idealnych (bez aberracji, zogniskowanych) funkcja przenoszenia dla światła niekoherentnego jest rzeczywista i monotonicznie maleje wraz ze wzrostem częstości aż do wartości granicznej gdzie osiąga wartość 0.

W układach rzeczywistych gdzie występują aberracje lub układ nie jest zogniskowany funkcja przenoszenia dla światła niekoherentnego w ogólności jest funkcją zespoloną

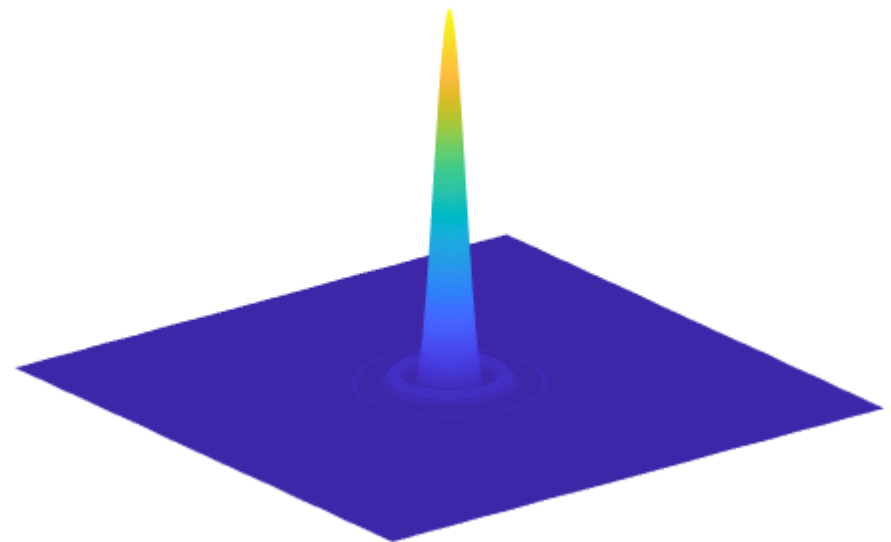
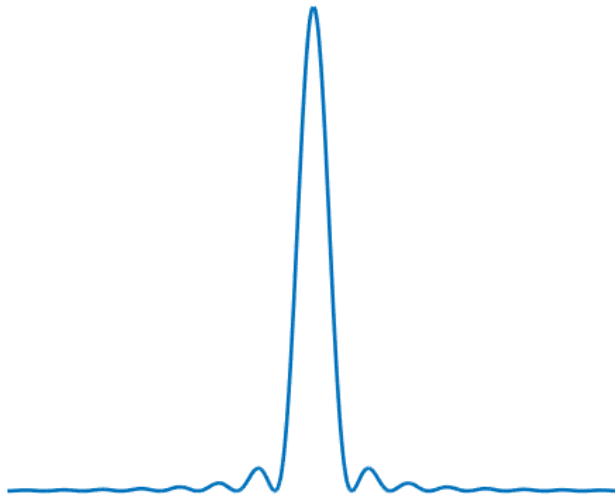


Apodyzacja

Dla kołowej apertury:
amplituda

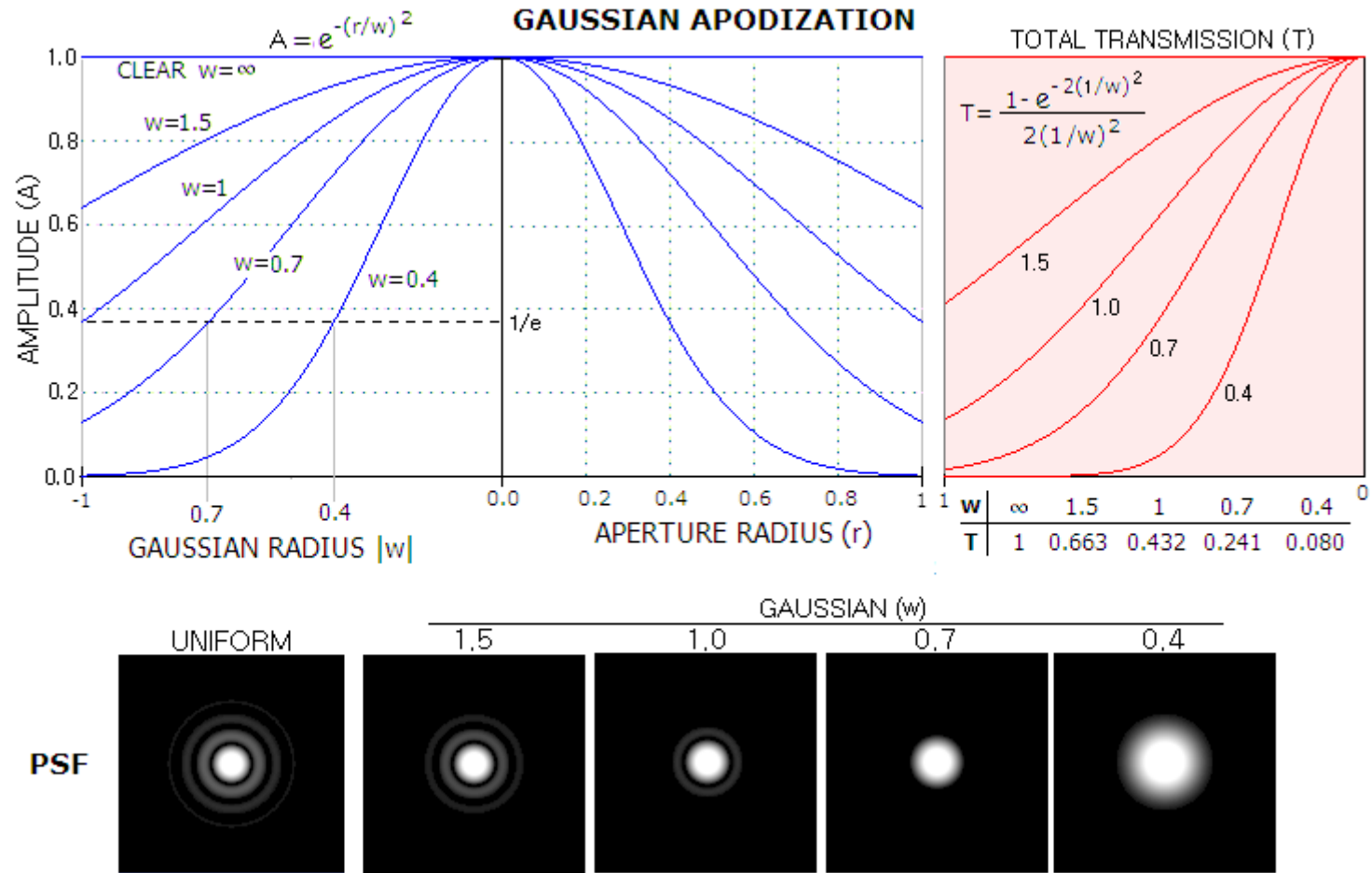


natężenie



Apodyzacja

Modyfikuję funkcję przenoszenia przysłoną o zmiennej transmitancji



APODIZING MASKS (H.R. SUITER)

