

Ćwiczenia 10

Termodynamika
atmosfery

Zadania

- 8.2D: rozwiązanie
- 10.1: polecenie
- 10.1: rozwiązanie
- 10.2: polecenie
- 10.2: rozw. (wylicz.)
- 10.2: rozw. (kod)
- 10.2: rozw. (wykres)
- 10.3D: polecenia

Termodynamika atmosfery Ćwiczenia 10

Sylwester Arabas
(ćwiczenia do wykładu prof. Hanny Pawłowskiej)

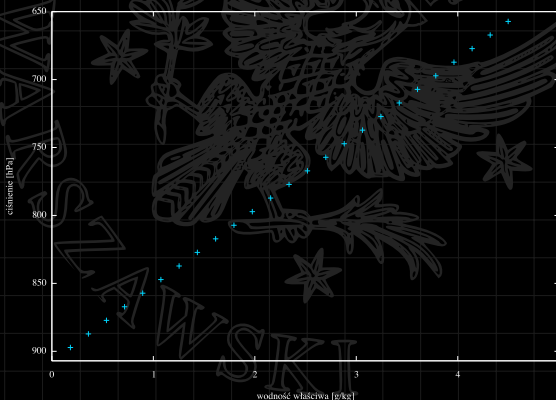
Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

12 maja 2011 r.

Zadanie 8.2D : rozw $(q_l(h))|_{\text{pseudoadiabata}} \approx \text{liniowe}$

zad8_2.gpi

```
1 set encoding iso_8859_2
2 set xlabel 'wodność właściwa [g/kg]'
3 set ylabel 'ciśnienie [hPa]'
4
5 call 'zad11_1.gpi' .0001
6 p_cb = 90720; T_cb = 284 # odczytane z pliku moist_adiabat_rs=0.0001
7 q_v_0 = q_v_s(T_cb, p_cb)
8 ql(T, p) = q_v_0 - q_v_s(T, p)
9 plot [0:5] [p_cb/100:650] 'moist_adiabat_rs=0.0001' using (1000*ql($2,$1)):(($1/100) t ''
```



Ćwiczenia 10

Termodynamika
atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rowiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

Zadanie 10.1 : polecenie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- Wyznaczenie temperatury wirtualnej T_v , jaką musiałyby mieć powietrze suche, aby jego gęstość i ciśnienie były równe gęstości i ciśnieniu wyliczonym przy uwzględnieniu zawartości pary wodnej.
- Wyrażenie T_v w funkcji ciśnienia parcjalego (p_v), stosunku zmieszania (r_v), wilgotności właściwej (q_v) oraz wilgotności bezwzględnej (ρ_v).
- Wyznaczenie przybliżonego wyrażenia na T_v w funkcji r_v poprzez rozwinięcie wyrażenia na T_v w szereg względem r_v i pominięcie wyrazów rzędu wyższego niż r_v^1 .

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- $\rho = \rho R_d T_v$

- $\rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d = \frac{p_d}{R_d T}$

- $\frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T}$

- $T_v(p_v, T, p) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

- $T_v(p_v, T) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

- $T_v(q_v, T) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} q_v \right)$

- $T_v(p_v, T, p) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

- $T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1}{\epsilon} \frac{p_v}{p} + \dots \right] \approx T (1 + 0.61 \cdot w)$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

■ $p = \rho R_d T_v$

■ $\rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d = \frac{p_d}{R_d T}$

■ $\frac{p}{R_d T_v} = \frac{p_d}{R_d T}$

■ $T_v(p_v, T, p) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

■ $T_v(p_v, T) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

■ $T_v(q_v, T) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} q_v \right)$

■ $T_v(p_v, T, p) = T \left(1 + \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} \frac{p_v}{p} \right)$

■ $T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} w + \dots \right] = T (1 + 0.61 \cdot w)$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T) = T \cdot \frac{1 + \epsilon}{1 + \epsilon + \epsilon w}$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(\rho_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} + \dots \right] \cdot (1 + 0.61 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p)$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T) = T \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} w \right]$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} w + \dots \right] \cdot (1 + 0.51 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = T \frac{1}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right)}$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T) = T \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{p_v}{p} \right]$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = T \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = T \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{p_v}{p} \right]$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{p_v}{p} + \dots \right] \approx T (1 + 0.61 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = T \frac{1}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right)}$$

$$\blacksquare T_v(r_v, T) = T \frac{r + \epsilon}{\epsilon(1+r)}$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} + \dots \right] \cdot (1 + 0.51 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = T \frac{1}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right)}$$

$$\blacksquare T_v(r_v, T) = T \frac{r + \epsilon}{\epsilon(1 + r)}$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{p_v}{p} + \dots \right] \approx T(1 + 0.01 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare p = \rho R_d T_v$$

$$\blacksquare \rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$$

$$\blacksquare \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$$

$$\blacksquare T_v(p_v, T, p) = T \frac{1}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right)}$$

$$\blacksquare T_v(r_v, T) = T \frac{r + \epsilon}{\epsilon(1 + r)}$$

$$\blacksquare T_v(q_v, T) = \dots$$

$$\blacksquare T_v(\rho_v, T, p) = \dots$$

$$\blacksquare T_v \approx T \cdot \left[1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{p_v}{p} + \dots \right] \approx T (1 + 0.01 \cdot w)$$

Zadanie 10.1 : rozwiązanie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- $p = \rho R_d T_v$
- $\rho = \frac{p}{R_d T} = \rho_d + \rho_v = \frac{p - p_v}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T}$
- $\frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \left[1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right) \right]$
- $T_v(p_v, T, p) = T \frac{1}{1 - \frac{p_v}{p} \left(1 - \frac{R_d}{R_v} \right)}$
- $T_v(r_v, T) = T \frac{r + \epsilon}{\epsilon(1 + r)}$
- $T_v(q_v, T) = \dots$
- $T_v(\rho_v, T, p) = \dots$
- $T_v \approx T \cdot \left[1 + w \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} + \dots \right] \approx T(1 + 0,61 \cdot w)$

Zadanie 10.2 : polecenie

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

Wyznaczenie całkowitej zawartości pary wodnej w pionowej kolumnie powietrza o jednostkowym przekroju (wyrażona w mm słupa wody dla warunków przy powierzchni Ziemi nazywana jest „**wodą opadową**”) dla dowolnego sondażu aerologicznego. Wykonanie obliczeń poprzez dopasowanie do danych pomiarowych eksponencjalnie zanikającego z wysokością profilu zawartości pary wodnej.

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- $\Sigma H_2O = \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\Sigma H_2O [mm] = \int_0^{\infty} \frac{\rho_v}{\rho_{H_2O}} dz = \frac{1}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\rho_v = \rho_v(p, T, p_0, p_{H_2O})$
- $\rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H_0}\right) \cdot \frac{p_{H_2O}}{p_0}$
- $\Sigma H_2O [mm] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H_0}\right) \cdot \frac{p_{H_2O}}{p_0} dz = \frac{1000}{\rho_{H_2O}} \frac{p_{H_2O}}{p_0} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{z}{H_0}\right) dz$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} = \int_0^{\infty} \rho_v dz$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [\text{mm}] = \int_0^{\infty} \rho_v [\text{kg m}^{-3}] dz$$

$$\blacksquare \rho_v = \rho_v(p, T, p_{H_2O})$$

$$\blacksquare \rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [\text{mm}] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right) dz = \frac{1000}{1 - p_{H_2O}}$$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} = \int_0^{\infty} \rho_v dz$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [mm] = 1000 \cdot \frac{1}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} \rho_v dz$$

$$\blacksquare \rho_v = \rho_v(p, T, \dots) \quad (\text{po tabelach})$$

$$\blacksquare \rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H_v}\right)$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [mm] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H_v}\right) dz = \frac{1000}{1 - \rho_{H_2O}}$$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} = \int_0^{\infty} \rho_v dz$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [mm] = 1000 \cdot \frac{1}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} \rho_v dz$$

$$\blacksquare \rho_v = \rho_v(p, T, r_v) \text{ (pomiar)}$$

$$\blacksquare \rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

$$\blacksquare \Sigma_{H_2O} [mm] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} p_0 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{z}{H}\right) dz = \frac{1000}{1 - \rho_{H_2O}}$$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- $\Sigma_{H_2O} = \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\Sigma_{H_2O}[mm] = 1000 \cdot \frac{1}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\rho_v = \rho_v(p, T, r_v)$ (pomiar)
- $\rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp(-p_1 \cdot z)$ (dopasowanie)
- $\Sigma_{H_2O}[mm] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} p_0 \int_0^{\infty} \exp(-p_1 \cdot z) dz = \frac{1000}{1 - p_{H_2O}}$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wyliczenia)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

- $\Sigma_{H_2O} = \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\Sigma_{H_2O}[mm] = 1000 \cdot \frac{1}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} \rho_v dz$
- $\rho_v = \rho_v(p, T, r_v)$ (pomiar)
- $\rho_v(z) \approx p_0 \cdot \exp(-p_1 \cdot z)$ (dopasowanie)
- $\Sigma_{H_2O}[mm] \approx \frac{1000}{\rho_{H_2O}} \int_0^{\infty} p_0 \cdot \exp(-p_1 \cdot z) dz = \frac{p_0}{p_1} \frac{1000}{\rho_{H_2O}}$

Zadanie 10.2 : rozwiązanie (kod)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

zad10.2.gpi

```
1 R_d = 8.31432 / 0.02896 #
2 R_v = 8.31432 / 0.01802 #
3 rho_v(p, T, r_v) = p / T / (R_d / r_v + R_v) # kg/m3
4 rho_H2O = 1000 # kg/m3
5
6 p0 = 1
7 p1 = 1./10000
8 funkcja(z) = p0 * exp(-p1 * z)
9 fit funkcja(x) 'dane' using 2 : (rho_v($1 * 100, $3 + 273.15, $6 / 1000)) via p0, p1
10
11 print "woda opadowa: ok. ", int(p0 / p1 * 1000 / rho_H2O), " mm"
12
13 set term x11
14 set encoding iso_8859_2
15 set xlabel "wysokość [m]"
16 set ylabel "wilgotność bezwzględna [kg/m^3]"
17 plot \
18   funkcja(x) with filledcurve below x1 lt 3 t 'dopasowanie', \
19   'dane' using 2 : (rho_v($1 * 100, $3 + 273.15, $6 / 1000)) with linespoints lw 4 title "sondaż"
20 pause -1
```

sposób użycia

\$ gnuplot zad10.2.gpi

...

woda opadowa: ok. 44 mm

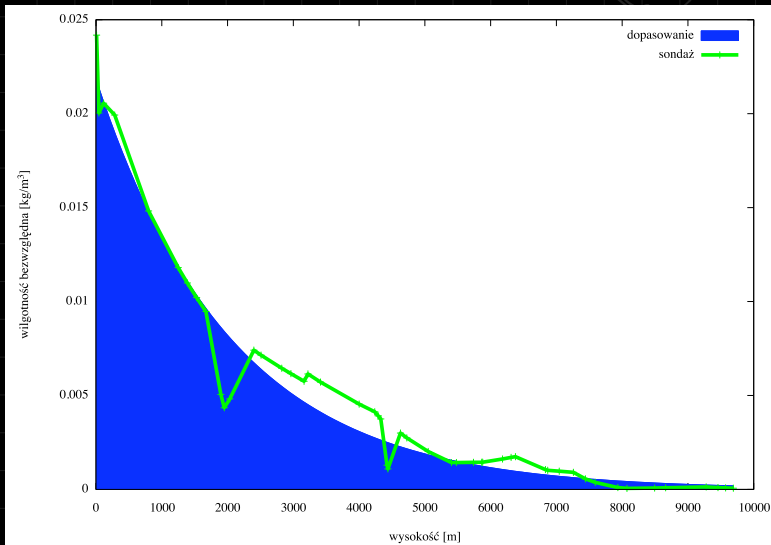
Zadanie 10.2 : rozwiązanie (wykres)

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

- 8.2D: rozwiązanie
- 10.1: polecenie
- 10.1: rozwiązanie
- 10.2: polecenie
- 10.2: rozw. (wylicz.)
- 10.2: rozw. (kod)
- 10.2: rozw. (wykres)
- 10.3D: polecenia



Zadanie 10.3D : polecenia

Ćwiczenia 10

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.2D: rozwiązanie

10.1: polecenie

10.1: rozwiązanie

10.2: polecenie

10.2: rozw. (wylicz.)

10.2: rozw. (kod)

10.2: rozw. (wykres)

10.3D: polecenia

Wyznaczenie wody opadowej na podstawie kilkunastu/kilkudziesięciu sondaży aerologicznych oraz naniesienie wyników na mapę świata (plik world.dat w gnuplotcie zawiera kontury kontynentów) wykorzystując skalę kolorów do oznaczenia Σ_{H_2O} .