

## Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

### gnuplot

load, reread i call

# Termodynamika atmosfery

## Ćwiczenia 08

Sylwester Arabas  
(ćwiczenia do wykładu prof. Hanny Pawłowskiej)

Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

28 kwietnia 2011 r.

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

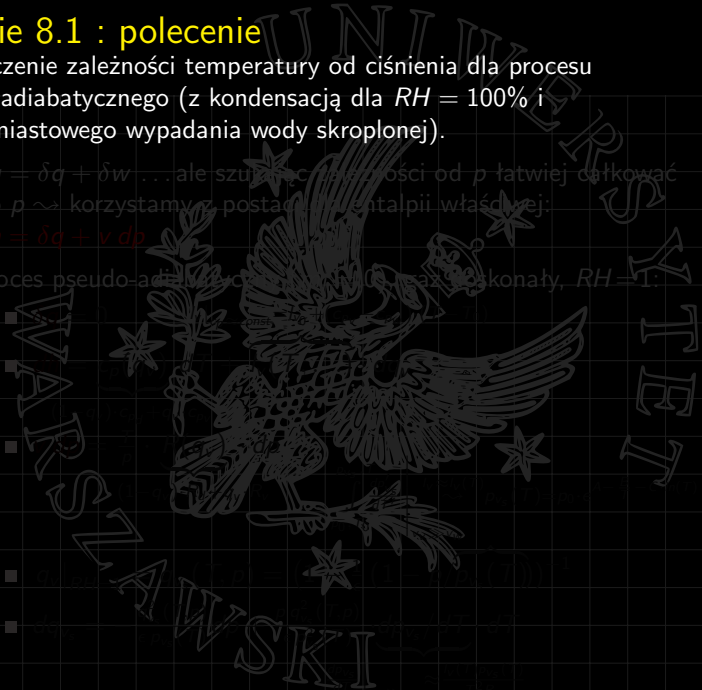
### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukamy zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \leadsto$  korzystamy z postaci różniczki zupełnej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny dla  $RH = 100\%$  i skroplonej,  $RH = 1$ :



# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabatyicznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabatyiczny (z kondensacją,  $RH=1$ ):

■

■

■

■

■

■

■

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

$\square \quad \frac{dq_v}{dT} = 0$   
 $\square \quad \frac{dh}{dT} = c_{p,v} + v$   
 $\square \quad \frac{dh}{dp} = \frac{T}{p} \cdot R_v$   
 $\square \quad q_v|_{RH=1} = \frac{h(T,p)}{T} = \left( \frac{1}{\epsilon} (1 - p/p_v(T)) \right)^{-1}$   
 $\square \quad dq_{v_s} = \frac{dq_v(T,p)}{\epsilon p_{v_s}} + \frac{p q_{v_s}(T,p)}{\epsilon p_{v_s}^2} dp - \frac{dp_{v_s}/dT}{T^2 R_v} dT$

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

- $\delta q = 0$

- $dh = c_p v dv$

- $v dv = \frac{T}{p} \cdot R_v dp$

- $\int \frac{dh}{T} = \int \frac{c_p R_v}{p} dp$

- $\ln \frac{h_2}{h_1} = \frac{c_p R_v}{R} \ln \frac{p_2}{p_1}$

- $\frac{h_2}{h_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_p R_v}{R}}$

- $\frac{h_2}{h_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_p}{\gamma - 1}}$

- $\frac{h_2}{h_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_p}{\gamma - 1}}$

- $q_v|_{RH=1} = \frac{p q_{vs}(T, p)}{p} = \left( \frac{p}{p_{vs}(T)} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{p_{vs}(T)}{p} \right)^{-1}$

- $dq_{vs} = \frac{q_{vs}(T, p)}{p} dp = \frac{p q_{vs}^2(T, p)}{p^2} dp = \frac{dp_{vs}}{dT} \frac{dT}{T} dT$

- $\frac{dp_{vs}}{dT} \approx \frac{l_v(T) p_{vs}(T)}{T^2 R_v}$

- $\frac{dp_{vs}}{dT} \approx \frac{l_v(T) p_{vs}(T)}{T^2 R_v}$

- $\frac{dp_{vs}}{dT} \approx \frac{l_v(T) p_{vs}(T)}{T^2 R_v}$

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

- $\delta q = 0 \quad l_v|_{c_p \approx const} = l_{v0} + (c_{pv} - c_{pw}) \cdot (T - T_0)$

- $dh = \underbrace{c_p(q_v)}_{(1-q_v) \cdot c_{pd} + q_v \cdot c_{pv}} dT + \overbrace{l_v(T, \dots)} \cdot dq_v$

- $r = \frac{p_v}{p} = R_v \frac{p_v}{p} \quad p_{vs}(T) = p_0 \cdot e^{A - \frac{B}{T} - C \cdot \ln(T)}$

- $q_v|_{RH=1} = \frac{p_v}{p} = \left( \frac{p}{p_{vs}(T)} \right)^{-1}$

- $dq_v = \frac{dp_v}{p_{vs}} = \frac{p_{vs}^2(T)}{p^2} \cdot dp_v/dT \cdot dT$

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

- $\delta q = 0 \quad l_v|_{c_p \approx const} = l_{v0} + (c_{pv} - c_{pw}) \cdot (T - T_0)$

- $dh = \underbrace{c_p(q_v)} dT + \overbrace{l_v(T, \dots)} \cdot dq_v$

$$(1 - q_v) \cdot c_{pd} + q_v \cdot c_{pv}$$

- $v dp = \frac{T}{p} \cdot \underbrace{R(q_v)} \cdot dp$

$$(1 - q_v) \cdot R_d + q_v \cdot R_v$$

- $q_v|_{RH=1} \rightarrow q_v(T, p) = \left( \frac{p}{p_{vs}(T)} - 1 \right)^{-1}$

- $dq_v = \frac{dq_v(T, p)}{c_{pv} T dp} = \frac{p q_v^2(T, p)}{\epsilon p^2} dp_{vs} / dT dT$

$$p_{vs}(T) \approx p_0 \cdot e^{A - \frac{B}{T} - C \ln(T)}$$

$$l_v \approx l_v(T)$$

$$p_{vs}(T) = p_0 \cdot e^{A - \frac{B}{T} - C \ln(T)}$$

$$\frac{dp_{vs}}{dT} \approx \frac{l_v(T) p_{vs}(T)}{T^2 R_v}$$

# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabatyicznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabatyiczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

- $\delta q = 0 \quad l_v|_{c_p \approx \text{const}} = l_{v0} + (c_{pv} - c_{pw}) \cdot (T - T_0)$

- $dh = \underbrace{c_p(q_v)} dT + \overbrace{l_v(T, \dots)} \cdot dq_v$

$$(1 - q_v) \cdot c_{pd} + q_v \cdot c_{pv}$$

- $v dp = \frac{T}{p} \cdot \underbrace{R(q_v)} \cdot dp$

$$(1 - q_v) \cdot R_d + q_v \cdot R_v$$

$$\int_{p_0, T_0}^{p_{vs}, T} \frac{dp_{vs}}{dT} \Big|_{v_v \gg v_w} \quad l_v \approx l_v(T) \quad p_{vs}(T) = p_0 \cdot e^{A - \frac{B}{T} - C \cdot \ln(T)}$$

- $q_v|_{RH=1} = q_{vs}(T, p) = \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \left(1 - p/p_{vs}(T)\right)\right)^{-1}$

- $dq_{vs} = \frac{dq_{vs}(T, p)}{dp} dp + \frac{dq_{vs}(T, p)}{dT} dT$



# Zadanie 8.1 : polecenie

Wyznaczenie zależności temperatury od ciśnienia dla procesu pseudo-adiabycznego (z kondensacją dla  $RH = 100\%$  i natychmiastowego wypadania wody skroplonej).

## Ćwiczenia 08

Termodynamika atmosfery

### Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

### gnuplot

load, reread i call

- $du = \delta q + \delta w \dots$  ale szukając zależności od  $p$  łatwiej całkować po  $p \rightsquigarrow$  korzystamy z postaci dla entalpii właściwej:

$$dh = \delta q + v dp$$

- proces pseudo-adiabyczny ( $m_l = 0$ ), gaz doskonały,  $RH = 1$ :

- $\delta q = 0 \quad l_v|_{c_p \approx \text{const}} = l_{v0} + (c_{pv} - c_{pw}) \cdot (T - T_0)$

- $dh = \underbrace{c_p(q_v)} dT + \overbrace{l_v(T, \dots)} \cdot dq_v$

$$(1 - q_v) \cdot c_{pd} + q_v \cdot c_{pv}$$

- $v dp = \frac{T}{p} \cdot \underbrace{R(q_v)} \cdot dp$

$$(1 - q_v) \cdot R_d + q_v \cdot R_v$$

$$\int_{p_0, T_0}^{p_{vs}, T} \frac{dp_{vs}}{dT} \Big|_{v_v \gg v_w} \quad l_v \approx l_v(T) \quad p_{vs}(T) = p_0 \cdot e^{A - \frac{B}{T} - C \cdot \ln(T)}$$

- $q_v|_{RH=1} = q_{vs}(T, p) = \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \left(1 - p/p_{vs}(T)\right)\right)^{-1}$

- $dq_{vs} = -\frac{q_{vs}^2(T, p)}{\epsilon p_{vs}(T)} dp + \frac{p q_{vs}^2(T, p)}{\epsilon p_{vs}^2(T)} \cdot \underbrace{dp_{vs}/dT} \cdot dT$

$$\frac{dp_{vs}}{dT} \Big|_{v_v \gg v_w} \approx \frac{l_v(T) p_{vs}(T)}{T^2 R_v}$$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{v_s}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{v_s}^2(T,p)}{\epsilon p_{v_s}(T)}}{c_p(q_{v_s}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{v_s}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p_{v_s}(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1: rozwiązanie

8.1: RK4

8.1: stałe

8.1: funkcje

8.1: testy!

8.1: warunki  
początkowe

8.1: wykres

8.2D: polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \frac{\Delta X}{2}, Y_n + \frac{\Delta X}{2} K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \frac{\Delta X}{2}, Y_n + \Delta X K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{v_s}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v$ !

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vS}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{vS}^2(T,p)}{\epsilon p v_S(T)}}{c_p(q_{vS}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{vS}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_V p v_S(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$

- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$

- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vS}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v$ !

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vS}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{vS}^2(T,p)}{\epsilon p_{vS}(T)}}{c_p(q_{vS}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{vS}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p_{vS}(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vS}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vs}(T,p)) + \frac{l_v(T)q_{vs}^2(T,p)}{\epsilon p v_s(T)}}{c_p(q_{vs}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T)q_{vs}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p v_s(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vs}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vs}(T,p)) + \frac{l_v(T)q_{vs}^2(T,p)}{\epsilon p v_s(T)}}{c_p(q_{vs}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T)q_{vs}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p v_s(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vs}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vS}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{vS}^2(T,p)}{\epsilon p v_S(T)}}{c_p(q_{vS}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{vS}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p v_S(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vS}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vs}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{vs}^2(T,p)}{\epsilon p_{vs}(T)}}{c_p(q_{vs}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{vs}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p_{vs}(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vs}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$



# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{vs}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{vs}^2(T,p)}{\epsilon p v_s(T)}}{c_p(q_{vs}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{vs}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p v_s(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{vs}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{v_s}(T,p)) + \frac{l_v(T)q_{v_s}^2(T,p)}{\epsilon p_{v_s}(T)}}{c_p(q_{v_s}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T)q_{v_s}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p_{v_s}(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{v_s}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie numeryczne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\frac{T}{p} R(q_{v_s}(T,p)) + \frac{l_v(T) q_{v_s}^2(T,p)}{\epsilon p_{v_s}(T)}}{c_p(q_{v_s}(T,p)) + \frac{p l_v^2(T) q_{v_s}^2(T,p)}{T^2 \epsilon R_v p_{v_s}(T)}}$$

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

## algorytm Rungego-Kutty (RK4)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

- $\frac{dY}{dX} = F(X, Y)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta X}{6} (K_1 + 2 \cdot K_2 + 2 \cdot K_3 + K_4) + O(\Delta X^5)$ 
  - $K_1 = F(X_n, Y_n)$
  - $K_2 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_1)$
  - $K_3 = F(X_n + \Delta X/2, Y_n + \Delta X/2 \cdot K_2)$
  - $K_4 = F(X_n + \Delta X, Y_n + \Delta X \cdot K_3)$
- $X_{n+1} = X_n + \Delta X$

## warunki początkowe

- para  $(p, T)$  spełniająca warunek  $q_v = q_{v_s}(p, T)$
- w praktyce jedyny parametr rozwiązania to  $q_v!$

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie (RK4)

zad11\_1\_rk4.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

```
1 # algorytm Runge-Kutta 4-go rzędu, wymaga zdefiniowanych wcześniej:
2 # - zmiennych: X, DX, XMAX, Y, OUTFILE
3 # - funkcji: F(X, Y)
4
5 K1 = F(X, Y)
6 K2 = F(X + .5 * DX, Y + .5 * DX * K1)
7 K3 = F(X + .5 * DX, Y + .5 * DX * K2)
8 K4 = F(X + DX, Y + DX * K3)
9
10 Y = Y + DX / 6. * (K1 + 2 * K2 + 2 * K3 + K4)
11 X = X + DX
12
13 set print OUTFILE append
14 print X, Y
15 if (sgn(DX) == 1 ? X < X_MAX : X > X_MAX) reread; else set print
```

zad11\_1\_consts.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad11\_1\_lib.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad11\_1\_tests.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad8\_1.gpi

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1: RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie (stałe)

Ćwiczenia 08

zad11\_1\_rk4.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Termodynamika  
atmosfery

zad11\_1\_consts.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

```
1 R = 8.31432 # [J/mol/K] - uniwersalna stała gazowa
2 M_d = 0.02896 # [kg/mol] - masa molowa powietrza suchego
3 M_v = 0.01802 # [kg/mol] - masa molowa wody
4 R_d = R / M_d # stała gazowa dla powietrza suchego
5 R_v = R / M_v # stała gazowa dla pary wodnej
6 c_p_d = 1005. # [J/kg/K] - ciepło właściwe przy stałym p dla pow. suchego (273K)
7 c_p_v = 1850. # [J/kg/K] - ciepło właściwe przy stałym p dla pary wodnej (273K)
8 c_p_w = 4218. # [J/kg/K] - ciepło właściwe przy stałym p dla wody (273K)
9 T_0 = 273.16 # [K] - temperatura punktu potrójnego dla wody
10 p_0 = 611.73 # [Pa] - ciśnienie punktu potrójnego dla wody
11 l_v_0 = 2.5e6 # [J/kg] - ciepło utajone parowania wody dla punktu potrójnego
12 eps = M_v / M_d
```

gnuplot

load, reread i call

zad11\_1\_lib.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad11\_1\_tests.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad8\_1.gpi

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie (funkcje)

zad11\_1\_rk4.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Ćwiczenia 08

Termodynamika  
atmosfery

zad11\_1\_consts.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Zadania

zad11\_1\_lib.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

```
1 # zad 7.3
2 p_v_s(T) = p_0 * exp((l_v_0 + (c_p_w - c_p_v) * T_0) / R_v * (1 / T_0 - 1. / T) \
3 - (c_p_w - c_p_v) / R_v * log(T/T_0))
4
5 # zad 3.1
6 q_v_s(T, p) = 1. / (1 - 1. / eps * (1 - p / p_v_s(T)))
7
8 # zad 7.1
9 R(q_v) = (1 - q_v) * R_d + q_v * R_v
10 c_p(q_v) = (1 - q_v) * c_p_d + q_v * c_p_v
11
12 # zad 7.2
13 l_v(T) = l_v_0 + (c_p_v - c_p_w) * (T - T_0)
14
15 # zad 11.1
16 dTdp(T, p) = (T / (1. * p) * R(q_v_s(T, p)) + l_v(T) * q_v_s(T, p)**2 / eps / p_v_s(T)) \
17 / (c_p(q_v_s(T, p)) + p * (l_v(T) * q_v_s(T, p) / (1. * T))**2 / eps / R_v / p_v_s(T))
```

zad11\_1\_tests.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

zad8\_1.gpi

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie (testy)

Ćwiczenia 08

zad11\_1\_rk4.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Termodynamika  
atmosfery

zad11\_1\_consts.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Zadania

zad11\_1\_lib.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

8.1: polecenie

zad11\_1\_tests.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

```
1 if (p_v_s(T_0)      != p_0 ) print "p_v_s(T_0) != p_0 !!!"
2 if (p_v_s(T_0 + 1)  < p_0 ) print "p_v_s(T > T_0) < p_0 !!!"
3 if (p_v_s(T_0 - 1)  > p_0 ) print "p_v_s(T < T_0) > p_0 !!!"
4 if (q_v_s(T_0, p_0) != 1.  ) print "q_v_s(p0, T_0) != 1. !!!"
5 if (R(0)            != R_d ) print "R(0) != R_d !!!"
6 if (R(1)            != R_v ) print "R(1) != R_v !!!"
7 if (c_p(0)          != c_p_d) print "c_p(0) != c_p_d !!!"
8 if (c_p(1)          != c_p_v) print "c_p(1) != c_p_v !!!"
9 if (l_v(T_0)        != l_v_0) print "l_v(T_0) != l_v_0 !!!"
10 if (l_v(T_0 + 1)   > l_v_0) print "l_v(T > T_0) > l_v_0 !!!"
```

zad8\_1.gpi

# Zadanie 8.1 : rozwiązanie (warunki początkowe)

zad11\_1\_rk4.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Ćwiczenia 08

zad11\_1\_consts.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Termodynamika  
atmosfery

zad11\_1\_lib.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

Zadania

zad11\_1\_tests.gpi (numeracja zadań z zeszłego roku)

8.1: polecenie

zad8\_1.gpi

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call

```
1 load 'zad11_1_consts.gpi'
2 load 'zad11_1_lib.gpi'
3 load 'zad11_1_tests.gpi'
4
5 rs = $0 # [1] zadany w argumencie stosunek zmieszania, np. .001
6
7 # całkowanie RK4
8 OUTFILE = sprintf('moist_adiabat_rs=%06.4f', rs)
9 F(X, Y) = dTdp(Y, X)
10 Y      = 220 # [K] - temperatura początkowa
11 X      = p_v_s(Y) * (1 + eps / rs) # [Pa] - ciśnienie początkowe
12 DX     = 1000 # [Pa] - krok całkowania
13 X_MAX  = 110000 # [Pa] - ciśnienie końcowe
14
15 set print OUTFILE
16 load 'zad11_1_rk4.gpi'
```

gnuplot> call 'zad8\_1.gpi' .001



# Zadanie 8.1 : przykładowe pseudo-adiabaty (rozszerzenie zadania 7.1 – diagramu Stüvego)

Ćwiczenia 08

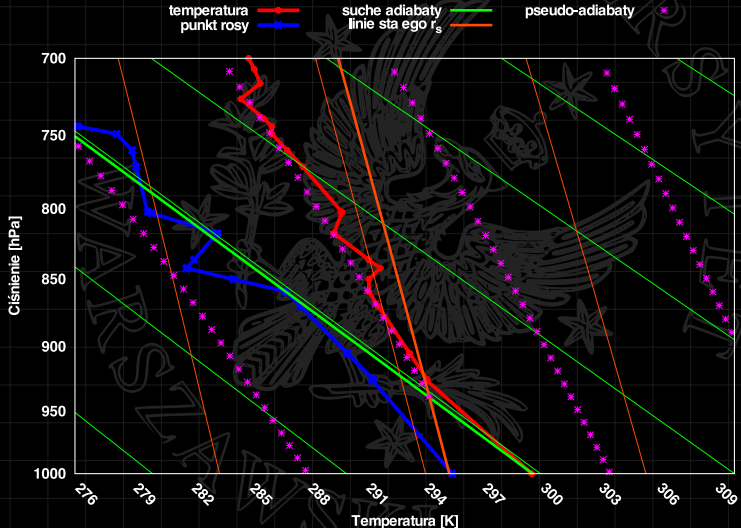
Termodynamika atmosfery

Zadania

- 8.1: polecenie
- 8.1 : rozwiązanie
- 8.1 : RK4
- 8.1 : stałe
- 8.1 : funkcje
- 8.1 : testy!
- 8.1 : warunki początkowe
- 8.1 : wykres
- 8.2D : polecenie

gnuplot

load, reread i call



# Zadanie 8.2D : polecenie

## Ćwiczenia 08

### Termodynamika atmosfery

#### Zadania

8.1: polecenie

8.1 : rozwiązanie

8.1 : RK4

8.1 : stałe

8.1 : funkcje

8.1 : testy!

8.1 : warunki  
początkowe

8.1 : wykres

8.2D : polecenie

#### gnuplot

load, reread i call

Wyznaczenie, przy pomocy skryptu z zadania 8.1, profilu zawartości wody ciekłej w chmurze (proces pseudo-adiabatywny, zmienność z ciśnieniem).

Oszacowanie na tej podstawie, jaką zawartość wody (rzęd wielkości) może mieć chmura o głębokości 500 m powstająca w warunkach zmierzonych w dowolnie wybranym sondażu aerologicznym.

# gnuplot: load, reread i call

## Ćwiczenia 08

### Termodynamika atmosfery

#### Zadania

- 8.1: polecenie
- 8.1: rozwiązanie
- 8.1: RK4
- 8.1: stałe
- 8.1: funkcje
- 8.1: testy!
- 8.1: warunki początkowe
- 8.1: wykres
- 8.2D: polecenie

#### gnuplot

load, reread i call

**load** 'plik'

wykonuje instrukcje z pliku 'plik'

**reread**

ponownie wykonuje instrukcje z bieżącego pliku

**call** 'plik' [parametr0, [parametr1, ...]]

wykonuje instrukcje z pliku 'plik' definiując dla niego parametry \$0, \$1, ...